

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



**ЗАТВЕРЖУЮ**

Декан факультету фінансів та обліку

Андрій КІЗИМА  
2023 р.



**ЗАТВЕРЖУЮ**

В.о. проректора з науково-педагогічної роботи

Віктор ОСТРОВЕРХОВ  
2023 р.

**ЗАТВЕРЖУЮ**

Директор навчально-наукового інституту новітніх освітніх технологій

Святослав ПИТЕЛЬ

2023 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА**  
з дисципліни  
**«Вища математика»**

ступінь вищої освіти – бакалавр

галузь знань – 01 Освіта / Педагогіка

спеціальність – 015 Професійна освіта

спеціалізація – 015.39 Професійна освіта (цифрові технології)

освітньо-професійна програма – Професійна освіта (цифрові технології)  
Фінансова грамотність

**Кафедра прикладної математики**

Форма навчання	Курс	Семестр	Лекції (год)	Практичні заняття (год)	ІРС	Тренінг, КПЗ (год)	Самост. робота студ. (год)	Разом (год)	Екзамен (семестр)
Денна	1	1	30	30	4	8	48	120	2
Заочна	1	1	8	4	—	—	108	120	2

Тернопіль –2023

30.08.2023  
*[Signature]*

Робоча програма складена на основі ОПП підготовки бакалавра галузі знань – 01 Освіта/Педагогіка, спеціальності – 015 Професійна освіта (цифрові технології), затвердженої Вченою радою ЗУНУ (протокол № 10 від 23.06.2023р.).

Робочу програму склала доцент кафедри прикладної математики, канд. фіз.-мат. наук Оксана ЛЕСИК.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри прикладної математики, протокол № 1 від 28.08.2023 р.

Завідувач кафедри



Олеся МАРТИНЮК

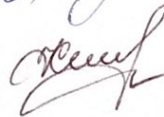
Розглянуто та схвалено групою забезпечення спеціальності 015 Професійна освіта,  
протокол № 1 від 30.08 2023 р.

Голова групи  
забезпечення спеціальності



Лілія РЕБУХА

Гарант ОПП



Ірина СИДОР

**СТРУКТУРА РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
“Вища математика”**

**1. Опис дисципліни “Вища математика”**

Дисципліна – «Вища математика»	Галузь знань, спеціальність, освітньо-професійна програма, ступінь вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів ECTS – 4	Галузь знань – 01 Освіта/Педагогіка	Статус дисципліни обов’язкова Мова навчання українська
Кількість залікових модулів - 4	Спеціальність – 015 Професійна освіта Спеціалізація – 015.39 Професійна освіта(цифрові технології )	Рік підготовки: <i>денна</i> – 1 <i>заочна</i> – 1 Семестр: <i>денна</i> – 1 <i>заочна</i> – 1
Кількість змістових модулів - 3	Освітньо-професійна програма – Професійна освіта(цифрові технології) «Фінансова грамотність»	Лекції: <i>денна</i> - 30 год. <i>заочна</i> – 8 год. Практичні заняття: <i>денна</i> –30 год. <i>заочна</i> – 4 год.
Загальна кількість годин – Денна форма навчання – 120	Ступінь вищої освіти – бакалавр	Самостійна робота: <i>денна</i> – 48 год <i>заочна</i> – 108 год. Індивідуальна робота <i>денна</i> – 4 год. Тренінг, КППЗ <i>денна</i> – 8 год.
Тижневих годин – 8 год., з них аудиторних – 4 год.(лекції – 2 год., практичні заняття – 2 год.)		Вид підсумкового контролю: I <i>денна</i> – II семестр – іспит <i>заочна</i> – III семестр – іспит

## 2. Мета і завдання дисципліни “Вища математика”

### 2.1. Мета вивчення дисципліни.

Метою дисципліни “Вища математика” є формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату, яка використовується під час створення та використання різноманітних комп’ютерних технологій в управлінській та фінансовій галузях та сфері навчання. Студенти даної спеціальності повинні передавати свої знання учням шкіл, ліцеїв і ВНЗ різних профілів, тобто вони мають бути обізнаними з основами вищої математики, яка має дуже широке прикладне застосування.

Програма та тематичний план направлені на глибоке та ґрунтовне вивчення основ вищої математики, розвиток логічного мислення студентів. Ця дисципліна відноситься до загальноосвітніх фундаментальних дисциплін, які формують світогляд майбутніх спеціалістів і є основою вивчення математичного моделювання, а також прикладних дисциплін.

Головним завданням курсу “Вища математика” є вивчення загальних закономірностей та зв’язку між різними величинами їх застосування до конкретних прикладних досліджень. Оволодіння курсом повинно виробити у студентів навички практичного використання математичних методів, формул та таблиць в процесі розв’язання різного роду задач.

Вивчення курсу передбачає наявність систематичних знань, цілеспрямованої роботи над вивченням математичної літератури, активної роботи на лекціях і практичних заняттях, самостійної роботи та виконання індивідуальних завдань.

### 2.2. Завдання вивчення дисципліни.

Головним завданням дисципліни “Вища математика” є вивчення загальних закономірностей та зв’язку між різними величинами і їх застосування в конкретних прикладних дослідженнях.

В результаті вивчення дисципліни “Вища математика” студент повинен знати:

- дії над матрицями;
- розв’язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- найпростіші рівняння кривих другого порядку та їх графіки;
- графіки основних елементарних функцій, серед них криві попиту і пропозиції;
- теоретичні основи диференціального та інтегрального числення функцій;
- економічні задачі, які приводять до поняття функцій багатьох змінних;
- економічні задачі, які приводять до поняття диференціальних рівнянь;
- формули для знаходження загальних розв’язків лінійних диференціальних рівнянь;
- ознаки збіжності числових рядів.

Проведення лекцій полягає в тому, щоб ознайомити студентів з основними питаннями курсу "Вища математика". При цьому основна увага звертається на необхідність використання теорії в подальшій практичній фаховій діяльності.

Завдання проведення лекцій полягають у:

- викладенні студентам у відповідності з програмою та робочим планом ключових понять, методів і засобів вищої математики;
- сформуванню у студентів цілісної системи теоретичних знань з курсу "Вища математика".

Основним завданням проведення практичних занять є глибоке засвоєння та закріплення теоретичних знань, отриманих на лекціях. Проведення практичних занять передбачає вироблення у студентів навиків розв'язування задач, з подальшим використанням набутих знань в прикладних дослідженнях.

### **2.3. Найменування та опис компетентностей, формування котрих забезпечує вивчення дисципліни:**

СК11. Здатність використовувати у професійній діяльності основні положення, методи, принципи фундаментальних та прикладних наук;

СК12. Здатність виконувати розрахунки технологічних процесів в галузі.

### **2.4. Передумови для вивчення дисципліни.**

Базові знання та вміння із алгебри та початків аналізу, геометрії, інформатики.

### **2.5. Результати навчання.**

В результаті вивчення дисципліни "Вища математика" студент повинен вміти:

ПР17. Виконувати розрахунки, що відносяться до сфери професійної діяльності.

### **3. Програма навчальної дисципліни: I - семестр**

#### ***Змістовий модуль 1. Елементи лінійної і векторної алгебри та аналітичної геометрії.***

##### ***Тема 1. Елементи теорії визначників.***

1. Обчислення визначників II та III порядку та їх властивості.
2. Поняття про мінори та алгебраїчні доповнення.
3. Розклад визначника за елементами його стрічки (стовпчика).
4. Поняття про визначники вищих порядків та їх обчислення.

##### ***Тема 2. Матриці.***

1. Визначення матриці, її види.
2. Дії над матрицями.
3. Обернена матриця та її знаходження.
4. Поняття про ранг матриці та його обчислення.

##### ***Тема 3. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь.***

1. Системи лінійних рівнянь та їх розв'язки.
2. Правило Крамера.
3. Метод Гаусса та Жордана-Гаусса.
4. Матричний спосіб розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
5. Дослідження систем лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність. Теорема Кронекера-Капеллі.
6. Однорідні системи лінійних рівнянь.

##### ***Тема 4. Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії.***

1. Поняття вектора. Проекція вектора на вісь та її властивості. Розклад вектора на компоненти.
2. Дії над векторами, заданими в координатній формі. Скалярний добуток векторів та його властивості.
3. Кут між двома векторами. Умови паралельності і перпендикулярності векторів.
4. Рівняння прямої на площині та в просторі.
5. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності прямих.
6. Загальне рівняння прямої та її дослідження.
7. Поняття про канонічні лінії другого порядку.
8. Канонічні рівняння кола, еліпса, гіперболи і параболі.
9. Дослідження форми ліній другого порядку.

##### ***Тема 5. Оптимізаційні економіко-математичні моделі та методи їх розв'язування.***

1. Загальний вид задач лінійного програмування.
2. Побудова математичної моделі задачі про раціональне використання ресурсів.
3. Побудова математичної моделі транспортної задачі.
4. Основна задача лінійного програмування 1 (з обмеженнями рівностями).
5. Основна задача лінійного програмування 2 (з обмеженнями нерівностями).

6. Алгоритм графічного методу.
7. Зведення до стандартної форми.
8. Знаходження повного розв'язку ЗЛП1.

***Змістовий модуль 2. Математичний аналіз функції однієї змінної.  
Функція багатьох змінних.***

***Тема 6. Границі числових послідовностей та функцій.***

1. Поняття функції. Класифікація функцій .
2. Поняття границі числової послідовності.
3. Поняття про границі функції в точці. Односторонні границі.
4. Основні теореми про границі числових послідовностей та функцій.
5. Дві визначні границі.
6. Неперервність функції в точці. Класифікація точок розриву.
7. Властивості неперервних функцій на відрізку.

***Тема 7. Диференціальне числення функції однієї змінної***

1. Визначення похідної функції в точці.
2. Економічний, геометричний та механічний зміст похідної.
3. Правила диференціювання суми, добутку і частки функцій.
4. Похідні елементарних функцій. Таблиця похідних.
5. Похідна складної функції.
6. Похідні вищих порядків.
7. Основні теореми про диференційовані функції.
8. Диференціал функції та його застосування.

***Тема 8. Дослідження функції.***

1. Умови зростання і спадання функції.
2. Необхідні та достатні умови екстремуму.
3. Найбільше і найменше значення функцій на відрізку.
4. Випуклість і вгнутість графіка функцій.
5. Необхідна і достатня умова існування точки перегину графіка функції.
6. Повне дослідження функції та побудова графіка.

***Тема 9. Основні поняття функції багатьох змінних. Диференційованість та екстремум функції багатьох змінних.***

1. Визначення функції двох змінних та її графічне зображення.
2. Поняття про лінії рівня. Границя функції багатьох змінних. Неперервність функції.
3. Частинні похідні 1-го порядку. Повний диференціал. Градієнт функції.
4. Економічний зміст частинних похідних. Еластичність функції багатьох змінних.
5. Частинні похідні другого порядку.
6. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідні та достатні умови екстремуму.



### ***Тема 10. Побудова емпіричних формул.***

1. Побудова емпіричних формул методом найменших квадратів.
2. Параболічна та гіперболічна залежність.
3. Застосування методу найменших квадратів при розв'язуванні прикладних задач.

## ***Змістовий модуль 3. Інтегральне числення***

### ***Тема 11. Невизначений інтеграл.***

1. Первісна функція та її властивість.
2. Невизначений інтеграл та його властивості.
3. Таблиця невизначених інтегралів.
4. Методи інтегрування.

### ***Тема 12. Інтегрування раціональних дробів та тригонометричних функцій.***

1. Поняття раціонального дробу.
2. Інтегрування найпростіших раціональних дробів.
3. Інтегрування правильних раціональних дробів.
4. Інтегрування неправильних раціональних дробів.
5. Інтегрування тригонометричних функцій.

### ***Тема 13. Визначений інтеграл та методи його обчислення.***

1. Задача про площу криволінійної трапеції.
2. Поняття визначеного інтеграла та його властивості.
3. Зв'язок невизначеного і визначеного інтегралів.
4. Формула Ньютона-Лейбніца.
5. Методи обчислення визначених інтегралів.
6. Невласні інтеграли та їх знаходження.

### ***Тема 14. Застосування визначених інтегралів.***

1. Обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання.
2. Застосування визначених інтегралів при розв'язуванні прикладних задач:
  - а) в динамічних процесах;
  - б) у фінансових задачах.

### ***Тема 15. Диференціальні рівняння 1-го порядку і 2-го порядку та їх розв'язування.***

1. Основні поняття про диференціальні рівняння та їх розв'язки.
2. Геометричний зміст диференціальних рівнянь 1-го порядку.
3. Задачі Коші для диференціальних рівнянь 1-го порядку.
4. Диференціальні рівняння з відокремленими змінними.
5. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку.
6. Однорідні диференціальні рівняння.



7. Поняття про лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння II-го порядку.
8. Основні теореми про розв'язки диференціальних рівнянь II-го порядку.
9. Задача Коші для диференціальних рівнянь II-го порядку.
10. Поняття про комплексні числа.
11. Розв'язування лінійних однорідних та неоднорідних диференціальних рівнянь II-го порядку з постійними коефіцієнтами.

#### 4. Структура залікових кредитів з дисципліни “Вища математика” (денна форма навчання)

##### Структура залікового кредиту

	Кількість годин				
	Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	Індивідуальна робота	Контрольні заходи
<b>Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри. Аналітична геометрія. Елементи лінійного програмування.</b>					
<b>Тема 1. Елементи теорії визначників.</b>	2	2	2		Тести, завдання
<b>Тема 2. Матриці.</b>	2	2	4		Тести, завдання
<b>Тема 3. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь.</b>	2	2	4	1	Тести, завдання
<b>Тема 4. . Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії.</b>	2	2	4		Тести, завдання
<b>Тема 5. Оптимізаційні економіко-математичні моделі та методи їх розв'язування.</b>	2	2	4		Завдання
<b>Змістовий модуль 2. Математичний аналіз функції однієї змінної. Функція багатьох змінних.</b>					
<b>Тема 6. Границі числових послідовностей та функцій</b>	2	2	4		Тести, завдання
<b>Тема 7. Диференціальне числення функції однієї змінної</b>	2	2	4		Тести, завдання
<b>Тема 8. Дослідження функції.</b>	2	2	2		Тести, завдання
<b>Тема 9. Основні поняття функції багатьох змінних. . Диференційованість та екстремум функції багатьох змінних.</b>	2	2	4	1	Тести, завдання
<b>Тема 10. Побудова емпіричних формул.</b>	2	2	2		Завдання
<b>Змістовий модуль 3. Функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння.</b>					
<b>Тема 11. Невизначений інтеграл.</b>	2	2	2		Тести, завдання
<b>Тема 12. Інтегрування раціональних дробів та тригонометричних функцій.</b>	2	2	4	1	Тести, завдання

<b>Тема 13. Визначений інтеграл та методи його обчислення</b>	2	2	2		Тести, завдання
<b>Тема 14. Застосування визначених інтегралів.</b>	2	2	2	1	Тести, завдання
<b>Тема 15. Диференціальні рівняння I-го та II порядку та їх розв'язування.</b>	2	2	4		Завдання
<b>Разом</b>	30	30	48	4	

**(заочна форма навчання)**

	<b>Кількість годин</b>			
	Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	Індивідуальна робота
<b>Тема 1. Матричний аналіз.</b>	2	1	15	
<b>Тема 2. Методи і моделі аналітичної геометрії</b>	1		15	
<b>Тема 3. Границі та їх застосування.</b>	1		15	
<b>Тема 4. Граничний аналіз.</b>	1	1	15	
<b>Тема 5. Основні поняття функції багатьох змінних та їх інтерпретація.</b>	1	1	15	
<b>Тема 6. Невизначений та визначений інтеграл та їх застосування.</b>	1	1	15	
<b>Тема 7. Диференціальні рівняння.</b>	1		18	
<b>Разом</b>	8	4	108	

## 5. Тематика практичних занять

### Практичне заняття 1.

**Тема:** Визначники та їх обчислення – 2 год.

**Мета:** Виробити навички обчислення визначників II, III та вищих порядків з використанням означення та їх властивостей.

**Питання для обговорення:**

1. Визначники II та III порядку, їх обчислення.
2. Розклад визначників III і вищих порядків за елементами його стрічки (стовпчика).

### Практичне заняття 2.

**Тема:** Матриці та дії над ними – 2 год.

**Мета:** Навчити виконувати дії над матрицями (додавання, віднімання, множення на число, множення матриць, знаходження оберненої матриці, знаходження рангу). Розвинути вміння застосовувати матриці при розв'язуванні економічних задач.

**Питання для обговорення:**

1. Дії над матрицями.
2. Обернена матриця та її знаходження.
3. Ранг матриці та його знаходження.

### Практичне заняття 3.

**Тема:** Загальна теорія системи лінійних алгебраїчних рівнянь. – 2 год.

**Мета:** Навчити розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь методами Крамера, Гаусса, Жордана-Гаусса, з допомогою оберненої матриці. Дослідження систем лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність. Теорема Кронекера-Капеллі. Однорідні системи лінійних рівнянь.

**Питання для обговорення:**

1. Поняття про системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
2. Правило Крамера.
3. Метод Гаусса та Жордана-Гаусса.
4. Матричний спосіб розв'язування систем рівнянь.
5. Розв'язування систем  $m$ -лінійних рівнянь з  $n$ -невідомими.
6. Розв'язування однорідних систем лінійних рівнянь.

### Практичне заняття 4.

**Тема:** Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії – 2 год.

**Мета:** Розширити знання з теорії векторної алгебри. Розвинути вміння застосовувати елементи векторної алгебри в прикладних задачах. Розширити знання з аналітичної геометрії. Розвинути вміння будувати рівняння прямої на площині та в просторі, рівняння площини та здійснювати їх аналіз. Ознайомити з теорією канонічних ліній другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола.

**Питання для обговорення:**

1. Різні види рівнянь прямої на площині.
2. Поняття про канонічні лінії другого порядку.

### **Практичне заняття 5.**

**Тема:** Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування .  
– 2 год.

**Мета:** Сформувати вміння будувати лінійні оптимізаційні економіко-математичні моделі: модель оптимального розподілу ресурсів, транспортна задача. Навчити застосовувати графічний метод до розв'язування найпростіших задач лінійного математичного програмування.

#### **Питання для обговорення:**

1. Графічне зображення лінійних обмежень рівнянь і нерівностей..
2. Знаходження області допустимих значень для основної задачі лінійного програмування.
3. Визначення ліній  $\min$  і  $\max$  рівня.

### **Практичне заняття 6.**

**Тема:** Границі Дві визначні границі. Неперервність функції. – 2 год.

**Мета:** Розширити знання про функції. Розвинути вміння обчислювати границі числових послідовностей та функцій. Розвинути вміння обчислювати першу та другу визначні границі, досліджувати функцію на неперервність.

#### **Питання для обговорення:**

1. Функції та їх застосування в економічній теорії.
2. Числові послідовності та їхні границі.
3. Розкриття найпростіших видів невизначеностей.
4. Перша та друга визначна границя.
5. Поняття про експоненціальну функцію та натуральний логарифм.
6. Неперервність функції в точці. Класифікація точок розриву.
7. Використання показникової функції при обчисленні неперервних процентів.

### **Практичне заняття 7.**

**Тема:** Граничний аналіз функції однієї змінної. –2 год

**Мета:** Розширити знання з диференціального числення. Сформувати поняття економічного, геометричного та механічного змісту похідної. Навчити знаходити маржинальні витрати, прибутки та доходи. Розвинути вміння знаходження похідних елементарних та складених функцій.

#### **Питання для обговорення:**

1. Похідної функції у точці.
2. Геометричний та механічний зміст похідної.
3. Правила диференціювання.
4. Похідні елементарних функцій.
5. Похідна складної функції.
6. Похідні вищих порядків.

## Практичне заняття 8.

**Тема:** Дослідження функції. – 2 год.

**Мета:** Сформувати вміння знаходити проміжки монотонності, опуклості, вгнутості, екстремуми функції. Оволодіти методами повного дослідження функції. Навчити використовувати диференціал для наближеного обчислення значень функцій, знаходження границь за правилом Лопітала.

**Питання для обговорення:**

1. Умови зростання та спадання функції в точці.
2. Необхідні та достатні умови екстремуму.
3. Найбільше та найменше значення функції.
4. Диференціал функції.
5. Правило Лопітала та його застосування.

## Практичне заняття 9.

**Тема:** Поняття функцій багатьох змінних. Екстремум функції багатьох змінних—2 год.

**Мета:** Сформувати поняття функцій багатьох змінних. Розглянути функцію Кобба-Дугласа, рівняння Фішера. Навчити знаходити частинні похідні першого та другого порядку функції двох змінних. Навчитися застосовувати частинні похідні в прикладних задачах.

**Питання для обговорення:**

1. Область визначення, лінії рівня, границі та неперервність функції в точці.
2. Частинні похідні першого та другого порядку функції двох змінних.
3. Градієнт функції та його економічна інтерпретація.
4. Необхідні та достатні умови екстремуму функції двох змінних.
5. Застосування частинних похідних в прикладних задачах

## Практичне заняття 10.

**Тема:** Емпіричні формули – 2 год.

**Мета:** Сформувати поняття лінійних та нелінійних емпіричних залежностей. Розглянути знаходження параметрів лінійної залежності методом найменших квадратів.

**Питання для обговорення:**

1. Побудова емпіричної лінійної залежності між двома величинами методом найменших квадратів.
2. Побудова емпіричних формул для нелінійних залежностей: параболічна, гіперболічна, показникові, степенева.

## Практичне заняття 11.

**Тема:** Невизначений інтеграл та методи його обчислення – 2 год.

**Мета:** Розширити уявлення первісної функції та невизначеного інтеграла. Оволодіти методами обчислення невизначених інтегралів: безпосереднього інтегрування, підстановкою та частинами.

### **Питання для обговорення:**

1. Первісна функція.
2. Невизначений інтеграл та його властивості.
3. Безпосереднє інтегрування.
4. Метод підстановки (заміна змінної).
5. Інтегрування частинами.

### **Практичне заняття 12.**

**Тема:** Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування тригонометричних функцій – 2 год.

**Мета:** Розглянути поняття раціонального дробу. Оволодіти методом невизначених коефіцієнтів при розкладі раціонального дробу на прості дробу. Навчитися інтегрувати правильні та неправильні раціональні дробу. Оволодіти методами інтегрування тригонометричних функцій. Розглянути універсальну та тригонометричні підстановки.

### **Питання для обговорення:**

1. Інтегрування найпростіших раціональних дробів.
2. Розклад правильних і неправильних раціональних дробів на прості.
3. Приклади інтегрування раціональних дробів.
4. Оволодіти методами інтегрування тригонометричних функцій.
5. Розглянути універсальну та тригонометричні підстановки.

### **Практичне заняття 13.**

**Тема:** Визначений інтеграл та методи його обчислення - 2 год.

**Мета:** Розглянути задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла: про площу криволінійної трапеції, зв'язок невизначеного і визначеного інтегралів. Формула Ньютона-Лейбніца.

### **Питання для обговорення:**

1. Визначений інтеграл та його основні властивості.
2. Формула Ньютона-Лейбніца.
3. Методи обчислення визначеного інтеграла.
4. Невласні інтеграли та їх знаходження.

### **Практичне заняття 14.**

**Тема:** Застосування визначених інтегралів –2 год.

**Мета:** Розвинути вміння обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання. Навчити застосовувати визначені інтеграли при розв'язуванні прикладних задач.

### **Питання для обговорення:**

1. Обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання.
2. Застосування визначених інтегралів при розв'язуванні прикладних задач.

### **Практичне заняття 15.**

**Тема:** Розв'язування диференціальних рівнянь першого та другого порядків – 2 год.

**Мета:** Сформувати поняття диференціальних рівнянь. Навчити розв'язувати диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, лінійні та однорідні диференціальні рівняння першого порядку. Розглянути задачі, які приводять до диференціальних рівнянь першого порядку. Сформувати поняття диференціальних рівнянь другого порядку. Навчити розв'язувати лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку. Розглянути задачу Коші.

**Питання для обговорення:**

1. Диференціальних рівнянь з відокремлювальними змінними. Задача Коші.
2. Лінійні диференціальні рівняння.
3. Однорідні диференціальні рівняння. Розв'язування лінійних однорідних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами.
2. Розв'язування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь II-го порядку з постійними коефіцієнтами.
3. Задача Коші.

## 6. Комплексне практичне індивідуальне завдання.

Варіанти КПЗ з дисципліни «Вища математика» виконуються кожним студентом згідно розподілених варіантів завдань. Завдання студенти вибирають із навчального посібника.

Метою виконання КПЗ є оволодіння методами вищої математики та їх застосування для розв'язування конкретних математичних та приклад задач. При виконанні та оформленні КПЗ студент використовує підручник з вищої математики, відповідні методичні вказівки та комп'ютерну техніку.

## 7. Самостійна робота

№ п/п	Тематика	К-сть годин
1	Визначники другого та третього порядку	1
2	Мінори та алгебраїчні доповнення. Розклад визначника третього порядку	1
3	Визначники $n$ -го порядку та їх обчислення	1
4	Дії над матрицями. Обернена матриця	
5	Ранг матриці та його знаходження	1
6	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь та їх розв'язки.	1
7	Матричний метод розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Правило Крамера	1
8	Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса	1
9	Пряма лінія на площині. Різні види рівнянь прямої	1
10	Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих	1
11	Загальне рівняння прямої та його дослідження. Віддаль точки до	1



	прямої	
12	Канонічні рівняння еліпса, гіперболи, параболи. Застосування кривих другого порядку в економічних дослідженнях	1
13	Кут між двома площинами. Умови паралельності і перпендикулярності площин	1
14	Різні види рівнянь прямої в просторі. Кут між двома прямими в просторі	1
15	Визначення функції. Способи задання функцій, класифікація функцій	1
16	Числова послідовність. Границя числової послідовності	1
17	Арифметична та геометрична прогресії. Обчислення простих та складних процентів	1
18	Задачі про розрахунки ренти та погашення боргу	1
19	Основні теореми про границі числових послідовностей	1
20	Границя функції в точці. Основні теореми про границі функції в точці	1
21	Дві визначні (чудові) границі	1
22	Використання показникової функції при обчисленні неперервних відсотків	1
23	Неперервність функції в точці. Класифікація точок розриву	1
24	Геометричний, механічний та економічний зміст похідної	1
25	Правила диференціювання. Похідна суми, добутку та частки функцій	1
26	Таблиця похідних. Похідна від складної функції. Похідні вищих порядків	1
27	Диференціал функції та його застосування	1
28	Теорема Ролля і Лагранжа	1
29	Зростання та спадання функції на проміжку	1
30	Екстремум функцій. Необхідна та достатні умови екстремуму	1
31	Опуклість і вгнутість графіка функції. Точки перегину. Повне дослідження функції та побудова її графіка	1
32	Правило Лопітала	1
33	Визначення функції багатьох змінних. Функція двох змінних та її графічне зображення. Функція Кобба-Дугласа	1
34	Частинні похідні першого порядку. Економічний зміст частинних похідних. Градієнт функції	1
35	Похідні вищих порядків	1
36	Екстремум функції двох змінних. Необхідні та достатні умови екстремуму	1
37	Емпіричні формули. Побудова формули лінійної залежності методом найменших квадратів. Параболічна та гіперболічна залежність	1
38	Первісна функція. Невизначений інтеграл та його властивості.	1
39	Методи інтегрування в невизначеному інтегралі	1
40	Інтегрування раціональних дробів	1

41	Інтегрування тригонометричних функцій виду $\int \sin \alpha x \cos \beta x dx$ , $\int \sin \alpha x \sin \beta x dx$ , $\int \cos \alpha x \cos \beta x dx$ , $\int \cos^n x \sin^m x dx$ . Універсальна тригонометрична підстановка	1
42	Визначений інтеграл та його властивості. Теорема Ньютона-Лейбніца	1
43	Методи обчислення визначеного інтеграла. Невласні інтеграли	1
44	Геометричні застосування визначеного інтеграла	1
45	Поняття про диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння з відокремлювальними змінними	1
46	Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші.	1
47	Лінійні диференціальні рівняння другого порядку. Основні теореми про розв'язки лінійних диференціальних рівнянь другого порядку.	1
48	Лінійні однорідні та диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами.	1
<b>Разом:</b>		<b>48</b>

## 8. Тренінги з дисципліни (8 год)

Тематика: Застосування математичного апарату для розв'язування задач прикладного характеру.

1. Задачі на використання лінійної алгебри:
  - а) задача знаходження витрат сировини, палива та трудових ресурсів.
2. Елементи фінансової математики та математичної економіки:
  - а) обчислення простих і складних відсотків;
  - б) задачі на обчислення неперервних відсотків;
  - в) дисконтування по простих і складних відсоткових ставках.
3. Задачі з використанням похідних:
  - а) еластичність попиту відносно ціни і прибутку;
  - б) еластичність пропозиції;
  - в) еластичність повних і середніх затрат.
4. Застосування функцій багатьох змінних:
  - а) застосування частинних похідних в задачах: оптимізація витрат та прибутків на підприємстві;
  - б) функції Кобба-Дугласа. Рівняння Фішера;
  - в) еластичність функції багатьох змінних.
5. Застосування визначеного інтеграла при розв'язуванні :
  - а) максимізація прибутку за часом;
  - б) задачі про витрати, дохід прибуток;
6. Застосування диференціальних рівнянь при розв'язуванні задач:
  - а) задача на витрати виробництва;
  - б) задача на знаходження кількості населення;
  - в) задача на знаходження величини банківського вкладу;
  - г) задача на зростання інвестицій;
  - д) задачі на знаходження еластичності попиту.

6. Застосування методів математичного моделювання при розв'язуванні задач професійної діяльності.

### 9. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

У процесі вивчення дисципліни “Вища математика” використовуються наступні засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання:

- стандартизовані тести;
- поточне опитування;
- залікове модульне тестування та опитування;
- оцінювання результатів КПЗ;
- студентські презентації та виступи на наукових заходах;
- ректорська контрольна робота;
- екзамен.

### 10. Критерії, форми поточного та підсумкового контролю

Підсумковий бал (за 100-бальною шкалою) з дисципліни “Вища математика” визначається як середньозважена величина, залежно від питомої ваги кожної складової залікового кредиту:

#### Для екзамену

Заліковий модуль 1	Заліковий модуль 2 (ректорська контрольна робота)	Заліковий модуль 3 (підсумкова оцінка за КПЗ, тренінг)	Заліковий модуль 4 (екзамен)	Разом
20%	20%	20%	40%	100%
1. Усне опитування під час заняття (7 тем по 5 балів=35 балів) 2. Письмова робота=65 балів	1. Усне опитування під час заняття (7 тем по 5 балів=35 балів) 2. Письмова робота=65 балів	1. Написання та захист КПЗ = 80 балів. 2. Виконання завдань під час тренінгу = 20 балів	1. Тестові завдання (25 тестів по 2 бали за тест) – макс. 50 балів 2. Завдання. 1 – макс. 25 балів 3. Завдання. 2 – макс. 25 балів	100

#### Шкала оцінювання:

За шкалою THEU	За національною шкалою	За шкалою ECTS
90–100	відмінно	A (відмінно)
85–89	добре	B (дуже добре)
75–84		C (добре)
65–74	задовільно	D (задовільно)
60–64		E (достатньо)
35–59	незадовільно	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)
1–34		F (незадовільно з обов'язковим повторним курсом)

**11. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення,  
використання яких передбачає навчальна дисципліна**

<b>№</b>	<b>Найменування</b>	<b>Номер теми</b>
1	Excel	тема 2
2	Система динамічної математики Geogebra	тема 7
3	Система динамічної математики Geogebra	тема 9
4	Система динамічної математики Geogebra	тема 13

## РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

1. Електронний курс з дисципліни «Вища математика» для студентів денної форми навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для усіх спеціальностей на платформі Системи дистанційного навчання ЗУНУ / Лесик О.Ф. Тернопіль: ЗУНУ, 2022.
2. Алілуйко А.М., Дзюбановська Н.В., Домбровський І.В., Лесик О.Ф. та ін. Методичні рекомендації для проведення тренінгів з вищої математики. Тернопіль, ЗУНУ, 2021. 104 с.
3. Алілуйко А.М., Дзюбановська Н.В., Домбровський І.В., Лесик О.Ф. та ін. Комплексні практичні індивідуальні завдання з вищої математики. Тернопіль, ЗУНУ, 2021. 102 с.
4. Алілуйко А.М., Дзюбановська Н.В., Домбровський І.В., Лесик О.Ф. Методичні рекомендації до виконання самостійної роботи з дисципліни «Вища математика». Тернопіль ЗУНУ 2022. Система MOODLE.
5. Анатолій Мохонько, Ігор Чижиков Аналітичні функції-розв'язки диференціальних рівнянь / Віктор Клепко, Валентина Голець - В-во: Львівська політехніка, 2021.- 524 с.
6. Віктор Барковський, Ніна Барковська Вища математика для економістів / Віктор Барковський, Ніна Барковська - В-во: Центр навчальної літератури, 2019.- 448 с.
7. Галина Желєзняк, Ірина Литвин, Оксана Конончук Вища математика / Галина Желєзняк, Ірина Литвин, Оксана Конончук - В-во: Центр навчальної літератури, 2019.- 368 с.
8. Віктор Клепко, Валентина Голець Вища математика в прикладах і задачах / Віктор Клепко, Валентина Голець - В-во: Центр навчальної літератури, 2019.- 594 с.
9. Василь Приймак Математичні методи економічного аналізу / Василь Приймак - В-во: Центр навчальної літератури, 2019.- 296 с.
10. Лиман Ф. Вища математика: навч. посібн. у 2-х частинах / Федір Лиман, Віталій Власенко, Світлана Петренко. - В-во : Університетська книга, 2018.- 614 с.
11. Лиходєєва Г. Диференціальні рівняння (працюємо самостійно) / Ганна Лиходєєва, Катерина Пастирєва. - В-во: Центр навчальної літератури, 2018.- 144 с.