

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЗАТВЕРДЖУЮ  
В.о. декана факультету комп'ютерних  
інформаційних технологій  
Ігор ЯКИМЕНКО

« 31 » \_\_\_\_\_ 2023 р.

ЗАТВЕРДЖУЮ  
В.о. проректора з науково-  
педагогічної роботи  
Віктор ОСТРОВЕРХОВ

« 31 » \_\_\_\_\_ 2023 р.

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Директор навчально-наукового  
інституту новітніх освітніх технологій  
Святослав ПИТЕЛЬ

« 31 » \_\_\_\_\_ 2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА  
з дисципліни

«Теорія ймовірностей і математична статистика»

Ступінь вищої освіти – бакалавр

Галузь знань – 05 Соціальні та поведінкові науки

Спеціальність – 051 Економіка

Освітньо-професійна програма – «Економічна кібернетика»

Кафедра прикладної математики

Форма навчання	Курс	Семестр	Лекції (год)	Практичні заняття (год)	ІРС	Тренінг, КПЗ (год)	Самошт. робота студ. (год)	Разом (год)	Екзамен (семестр)
Денна	2	3	28	28	3	8	83	150	3
Заочна	2	3,4	8	4	—	—	138	150	4

Тернопіль – 2023

Робоча програма складена на основі освітньо-професійної програми підготовки бакалавра галузі знань 05 «Соціальні та поведінкові науки», спеціальності 051 «Економіка», затвердженої Вченою радою ЗУНУ (протокол № 9 від 15.06.2022 р.).

Робочу програму склав доцент кафедри прикладної математики, канд. фіз.-мат. наук Микола ШИНКАРИК.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри прикладної математики, протокол № 1 від 28.08 2023 р.

Завідувач кафедри

Олеся МАРТИНЮК

Розглянуто та схвалено групою забезпечення спеціальності 051 Економіка, протокол № 1 від 30.08 2023 р.

Голова групи  
забезпечення спеціальності

Віктор КОЗЮК

Гарант ОПП

Катерина ПРИШЛЯК

**СТРУКТУРА РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

**1. Опис дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика»**

Дисципліна – ТІМС	Галузь знань, спеціальність, освітньо-професійна програма, ступінь вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів ECTS – 5	Галузь знань – 05 Соціальні та поведінкові науки	Статус дисципліни обов'язкова, цикл загальної підготовки Мова навчання українська
Кількість залікових модулів - 4	Спеціальність – 051 Економіка	Рік підготовки: <i>Денна</i> – 2 <i>заочна</i> – 2 Семестр: <i>денна</i> – 3 <i>заочна</i> – 4
Кількість змістових модулів - 2	Освітньо-професійна програма – Економічна кібернетика	Лекції: <i>денна</i> – 28 год. <i>заочна</i> – 8 год. Практичні заняття: <i>денна</i> – 28 год. <i>заочна</i> – 4 год.
Загальна кількість годин – 150год.	Ступінь вищої освіти – бакалавр	Самостійна робота: <i>денна</i> – 83 год <i>заочна</i> – 138 год. Індивідуальна робота <i>денна</i> – 3 год. Тренінг, КПЗ <i>денна</i> – 8 год
Тижневих годин – 10 год., з них аудиторних – 4 год.		Вид підсумкового контролю: <i>денна</i> – III семестр – іспит <i>заочна</i> – IV семестр – іспит

## 2. Мета і завдання вивчення дисципліни «ТІМС»

### 2.1 Мета вивчення дисципліни.

Метою вивчення дисципліни «ТІМС» є формування у студентів базових знань і практичних навичок з основ застосування імовірно-статистичного аналізу в процесі розв'язування теоретичних і практичних економічних задач.

Програма та тематичний план дисципліни орієнтовані на глибоке та ґрунтовне вивчення основ теорії ймовірностей та математичної статистики, а також розвиток логічного мислення студентів. Ця дисципліна відноситься до фундаментальних загальноекономічних дисциплін, які формують світогляд майбутніх економістів і є основою вивчення економіко-математичного моделювання, а також економічних дисциплін (статистика, економічний аналіз, біржова справа, економетрія, інвестиційний менеджмент, страхування тощо).

Головним завданням курсу «ТІМС» є вивчення загальних закономірностей масових однорідних випробувань та стохастичних зв'язків між економічними кількісними показниками, а також їх використання в конкретних економічних дослідженнях. Оволодіння курсом повинно виробити у студентів навички практичного використання математичних методів, формул та таблиць в процесі розв'язування економічних задач.

Вивчення курсу передбачає наявність систематичних знань, цілеспрямованої роботи над вивченням математичної літератури, активної роботи на лекціях і практичних заняттях, самостійної роботи та виконання індивідуальних завдань.

### 2.2. Завдання вивчення дисципліни.

У результаті вивчення дисципліни «ТІМС» студенти повинні знати основні визначення, теореми, правила, доведення теорем, а також усвідомлювати зв'язки між темами та розділами дисципліни.

Основними завданнями вивчення дисципліни «ТІМС» є:

- навчитись шукати, аналізувати та обробляти інформацію;
- виконувати якісний та кількісний математичний аналіз випадкових подій, випадкових величин та систем таких величин;
- проводити математичну обробку статистичних даних;
- здійснювати статистичні оцінки (точкові та інтервальні) параметрів генеральної сукупності;
- використовувати елементи кореляційного, регресійного та дисперсійного аналізу;
- використовувати результати досліджень при вивченні математичних моделей економічних задач;
- здійснювати перевірку статистичних гіпотез.

Завдання проведення лекцій полягає у:

- викладенні студентам у відповідності з програмою та робочим планом основних визначень, теорем, правил, доведенні теорем, звертаючи головну увагу на економічну інтерпретацію викладених понять та тверджень;
- сформувати у студентів цілісну систему теоретичних знань з курсу «ТІМС».

Завдання проведення практичних занять:

- засвоїти та закріпити теоретичні знання, одержані на лекціях;
- виробити практичні навички використання теорем про випадкові події та величини;
- навчитися практично здійснювати оцінювання: числових характеристик генеральної сукупності, невідомих законів розподілу, залежності однієї випадкової величини від іншої або кількох інших;
- здійснювати економічний аналіз отриманих результатів при розв'язуванні задач.
- виробити практичні навички у застосуванні імовірно-статистичного апарату для розв'язування теоретичних і практичних економічних задач.

### 2.3. Найменування та опис компетентностей, формування котрих забезпечує вивчення дисципліни ТІМС.

- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- здатність приймати обґрунтовані рішення.

## **2.4. Передумови для вивчення дисципліни**

Зазначена дисципліна має статус обов'язкової. В структурно-логічній схемі навчання дисципліна «Теорія ймовірностей та математична статистика» розміщена на II-му курсі. Вивчення дисципліни передбачає наявність систематичних і ґрунтовних знань з вищої математики та інформаційно-комунікативних технологій, цілеспрямованої роботи над вивченням спеціальної літератури, активної роботи на лекціях та практичних заняттях, самостійної роботи.

## **2.5. Результати навчання**

В результаті вивчення дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» студент повинен вміти:

- застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач;
- вміти використовувати дані, надавати аргументацію, критично оцінювати логіку та формувати висновки з наукових та аналітичних текстів з економіки.

### 3. Програма навчальної дисципліни «ТІМС»

#### *Змістовний модуль 1. Теорія ймовірностей.*

##### ***Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей***

Події та їх види. Класичне означення ймовірності випадкової події. Властивості ймовірностей. Елементи комбінаторики в теорії ймовірностей. Відносна частота випадкової події. Статистична ймовірність. Операції над подіями (алгебра подій). Діаграми В'єна. Геометрична ймовірність.

##### ***Тема 2. Теореми множення і додавання ймовірностей та їх наслідки***

Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей. Теореми додавання ймовірностей. Основна властивість подій, які утворюють повну групу. Алгоритми розв'язування задач з використанням теорем додавання та множення ймовірностей. Ймовірність появи хоча б однієї події. Ймовірність відбуття тільки однієї події. Формула повної ймовірності. Формули Байєса. Алгоритм розв'язування задач з використанням формул повної ймовірності та Байєса.

##### ***Тема 3. Повторні незалежні випробування***

Формула Бернуллі. Найімовірніше число появи події. Локальна формула Лапласа. Формула Пуассона. Інтегральна формула Лапласа. Ймовірність відхилення відносної частоти події від її постійної ймовірності. Алгоритм розв'язування задач для повторних незалежних випробувань.

##### ***Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики***

Випадкові величини та їх види. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини. Основні розподіли дискретних (цілочисельних) випадкових величин: рівномірний, біноміальний, Пуассонівський, геометричний, гіпергеометричний. Найпростіший потік подій. Дії над випадковими величинами. Числові характеристики дискретних випадкових величин та їх властивості (математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початкові та центральні моменти). Числові характеристики біноміального та пуассонівського розподілів.

##### ***Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики***

Функція розподілу ймовірностей і її властивості. Густина розподілу ймовірностей та її властивості. Числові характеристики неперервних випадкових величин.

##### ***Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин***

Нормальний закон: імовірнісний зміст параметрів розподілу; нормальна крива та вплив параметрів розподілу на її форму; ймовірність попадання у заданий інтервал; знаходження ймовірності заданого відхилення; правило трьох сигм. Закон рівномірного розподілу. Показниковий закон. Гамма-розподіл та розподіл Ерланга. Розподіл хі-квадрат.

##### ***Тема 7. Системи випадкових величин***

Закон розподілу ймовірностей двовимірної дискретної випадкової величини. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її властивості. Густина розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини та її властивості. Умовні закони розподілу. Залежні і незалежні випадкові величини. Умовне математичне сподівання. Рівняння регресії. Числові характеристики системи двох випадкових величин. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції. Система довільного скінченного числа випадкових величин. Кореляційна матриця. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.

### **Тема 8. Функція випадкових величин**

Функція одного випадкового аргументу та її математичне сподівання. Логарифмічний нормальний закон та  $\chi^2$ -розподіл. Функції двох випадкових величин. Розподіл С'юдента, розподіл Фішера-Снедекора.

### **Тема 9. Закон великих чисел**

Лема та нерівність Чебишева. Теорема Чебишева (стійкість середніх). Теорема Бернуллі (стійкість відносних частот). Центральна гранична теорема Ляпунова.

## **Змістовний модуль 2. Математична статистика**

### **Тема 10. Вступ в математичну статистику. Вибірковий метод**

Задачі математичної статистики. Генеральна та вибіркова сукупності. Способи утворення вибіркової сукупності. Статистичний розподіл вибірки. Емпірична функція розподілу та її властивості. Графічне зображення статистичних розподілів (полігон та гістограма). Числові характеристики вибірки. Числові характеристики сукупностей, що складається із груп.

### **Тема 11. Статистичне оцінювання**

Точкові статистичні оцінки параметрів розподілу та їхні властивості. Оцінка середньої генеральної для простої вибірки (повторної та безповторної). Оцінка генеральної частки для простої вибірки. Середні квадратичні помилки простої вибірки. виправлена дисперсія вибіркова. Інтервальні статистичні оцінки. Довірчі інтервали для оцінок  $\bar{x}$  та  $p$  для немалих і малих вибірок. Знаходження мінімального обсягу вибірки. Довірчі інтервали для  $D_2$  та  $\sigma_2$  у випадку малої вибірки.

### **Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез**

Статистичні гіпотези та їхні види. Статистичний критерій перевірки основної гіпотези. Потужність критерію. Параметричні статистичні гіпотези. Перевірка гіпотез про рівність дисперсій нормальних генеральних сукупностей. Критерій узгодженості Пірсона та Колмогорова (на прикладі перевірки гіпотези про нормальний закон розподілу). Критерій однорідності двох вибірок (критерій Смирнова).

### **Тема 13. Елементи кореляційного і регресійного аналізу**

Поняття стохастичності та статистичної залежності, кореляції та регресії. Основні задачі кореляційного та регресійного аналізу. Лінійні емпіричні рівняння парної кореляції. Вибірковий коефіцієнт лінійної кореляції та його властивості. Оцінка достовірності емпіричних коефіцієнтів кореляції та регресії за даними вибірки. Нелінійна парна кореляція. Вибіркове кореляційне відношення та його властивості. Регресійний аналіз: парна та множинна лінійна регресія.

### **Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу**

Однофакторний дисперсійний аналіз. Поняття про двофакторний дисперсійний аналіз.

#### 4. Структура залікового кредиту дисципліни “ТІМС”

##### *Денна форма навчання*

Назва теми	Кількість годин					Контр. заходи
	Лекції	Практ. занят.	Самост. робота	Індив. робота	Тренінг, КПЗ	
<b>Змістовий модуль 1. <i>Теорія ймовірностей</i></b>						
Тема1. Основні поняття теорії ймовірностей.	2	2	3	1	4	Поточне опитування
Тема2. Теорема множення та додавання ймовірностей і їх наслідки.	4	4	4			
Тема 3. Повторні незалежні випробування.	4	2	4			
Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики	2	4	4			
Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики	2	2	4	1		
Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин	2	2	6			
Тема 7. Системи випадкових величин	1	2	8			
Тема 8. Функція випадкових величин	1		8			
Тема 9. Закон великих чисел	2	2	6			
<b>Змістовий модуль 2. <i>Математична статистика</i></b>						
Тема 10. Вибірковий метод	2	2	6	1	4	Поточне опитування,
Тема 11. Статистичне оцінювання	2	2	6			
Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез	2	2	8			
Тема 13. Елементи кореляційного і регресійного аналізу	2	2	8			
Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу			8			
<b>Разом</b>	<b>28</b>	<b>28</b>	<b>83</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	



#### 4.2. Заочна форма навчання

Назва теми	Кількість годин		
	Лекції	Практ. занят.	Самост. робота
<i>Змістовний модуль 1. Теорія ймовірностей</i>			
Тема1. Основні поняття теорії ймовірностей.	2	2	6
Тема2. Теореми множення та додавання ймовірностей і їх наслідки.			10
Тема 3. Повторні незалежні випробування.			10
Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики	2		10
Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики			10
Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин			10
Тема 7. Системи випадкових величин	2		12
Тема 8. Функція випадкових величин			12
Тема 9. Закон великих чисел			10
<i>Змістовний модуль 2. Математична статистика</i>			
Тема 10. Вибірковий метод	2	2	10
Тема 11. Статистичне оцінювання			10
Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез			10
Тема 13. Елементи кореляційного і регресійного аналізу			10
Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу			8
<b>Разом</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>138</b>

**5. Тематика практичних занять**  
**Денна форма**  
Змістовий модуль 1. *Теорія ймовірностей*  
*Практичне заняття 1.*

**Тема 1. Основні поняття теорії ймовірності**

**Мета:** ознайомлення із видами подій, їх основними характеристиками; способами знаходження ймовірностей; основними формулами комбінаторики

**Питання для обговорення:**

1. Події та їх види.
2. Класичне означення ймовірності випадкової події. Властивості ймовірностей.
3. Елементи комбінаторики в теорії ймовірностей.
4. Відносна частота випадкової події. Статистична ймовірність.

*Практичне заняття 2-3*

**Тема 2. Теореми додавання і множення ймовірностей та їх наслідки.**

**Мета:** засвоїти дії над подіями, зрозуміти у чому полягають події, що є сумою чи добутком інших подій; вивчити основні теореми та наслідки з них для знаходження ймовірностей суми та добутку подій.

**Питання для обговорення:**

1. Операції над подіями (алгебра подій). Діаграми В'єна. Геометрична ймовірність.
2. Теореми множення ймовірностей для залежних та незалежних подій.
3. Теореми додавання ймовірностей для сумісних і несумісних подій.
4. Основна властивість подій, що утворюють повну групу.
5. Ймовірність відбуття хоча б однієї з подій.
6. Формула повної ймовірності.
7. Формули Байєса.

*Практичне заняття 4*

**Тема 3. Повторні незалежні випробування**

**Мета:** засвоєння основних ознак схеми Бернуллі, способів обчислення ймовірностей та оцінка ймовірності відхилень відносної частоти від теоретичної ймовірності.

**Питання для обговорення:**

1. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі.
2. Локальна та інтегральна формули Лапласа.
3. Формула Пуассона.
4. Найімовірніша кількість появи події.
5. Ймовірність відхилення відносної частоти від ймовірності.

*Практичне заняття 5-6*

**Тема 4. Дискретні випадкові величини.**

**Мета:** ознайомлення з дискретними випадковими величинами, основними законами розподілу дискретних випадкових величин, їх числовими характеристиками.

**Питання для обговорення:**

1. Випадкові величини та їх види.
2. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.
3. Основні розподіли дискретних (цілочисельних) випадкових величин: біноміальний, пуассонівський, рівномірний, геометричний, гіпергеометричний.
4. Дії над дискретними випадковими величинами.
5. Математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початкові та центральні моменти.
6. Числові характеристики біноміального розподілу.

### Практичне заняття 7

#### Тема 5. Неперервні випадкові величини.

**Мета:** ознайомитись з основними способами задання та властивостями неперервних випадкових величин, їх числовими характеристиками.

**Питання для обговорення:**

1. Функція розподілу ймовірностей, густина розподілу, їх взаємозв'язок та властивості.
2. Математичне сподівання. Дисперсія, середньо-квадратичне відхилення. Початкові та центральні моменти.

### Практичне заняття 8

#### Тема 6. Закони розподілу неперервних випадкових величин.

**Мета:** ознайомитись з основними законами неперервних випадкових величин, їх основними властивостями та практичним застосуванням у дослідженнях.

**Питання для обговорення:**

1. Рівномірний, нормальний, показниковий та їх числові характеристики.
2. Імовірність попадання в інтервал та відхилення від свого математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини.

### Практичне заняття 9

#### Тема 7. Системи випадкових величин

**Мета:** ознайомитись з законом розподілу двовимірної випадкової величини, розрізнити залежні та незалежні випадкові величини, вміти знаходити числові характеристики..

**Питання для обговорення:**

1. Закон розподілу ймовірностей двовимірної дискретної випадкової величини.
2. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її властивості. Густина розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини та її властивості.
3. Умовні закони розподілу. Залежні і не залежні випадкові величини.
4. Умовне математичне сподівання.
5. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.

### Практичне заняття 10

#### Тема 9. Закон великих чисел.

**Мета:** ознайомитись з основними теоремами закону великих чисел, вміти застосовувати їх для оцінки ймовірностей випадкових величин.

**Питання для обговорення:**

1. Лема та нерівність Чебишева.
2. Теорема Чебишева (стійкість середніх).
3. Теорема Бернуллі (стійкість відносних частот).
4. Центральна гранична теорема Ляпунова.

### Змістовний модуль 2. Математична статистика

### Практичне заняття 11

#### Тема 10. Вибірковий метод.

**Мета:** засвоїти способи пошуку інформації, її обробки, задання, аналізу, знаходження основних показників, що характеризують стан фінансових систем.

**Питання для обговорення:**

1. Задачі математичної статистики.
2. Генеральна та вибірка сукупності. Способи утворення вибіркової сукупності.
3. Статистичний розподіл вибірки.
4. Емпірична функція розподілу та її властивості.
5. Графічне зображення статистичних розподілів (полігон та гістограма).
6. Числові характеристики вибірки.
7. Числові характеристики сукупностей, що складається із груп.

## Практичне заняття 12

### Тема 11. Статистичні оцінки параметрів розподілу.

**Мета:** ознайомитись з точковими та інтервальними характеристиками вибірки, їх властивостями.

#### Питання для обговорення:

1. Точкові статистичні оцінки та їх властивості.
2. Оцінка середньої генеральної для простої вибірки (повторної і без повторної).
3. Оцінки генеральної частки для простої вибірки (повторної і безповторної).
4. Середні квадратичні помилки простої вибірки.
5. Виправлена дисперсія вибіркова.
6. Довірчий інтервал для оцінки  $\bar{x}$ , та  $p$  для немалих і малих вибірок.
7. Знаходження мінімального обсягу вибірки.

## Практичне заняття 13

### Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез.

**Мета:** вміти будувати та перевіряти основні гіпотези щодо виду розподілу, величини основних характеристик, вміти застосовувати результати перевірки щодо прийняття економічних рішень.

#### Питання для обговорення:

1. Статистичні гіпотези, помилки 1-го і 2-го родів.
2. Критичні точки і критична область.
3. Критерій згоди Пірсона (Хі-квадрат).

## Практичне заняття 14

### Тема 13. Елементи кореляційного та регресійного аналізу.

**Мета:** ознайомитись з поняттям статистичної, функціональної та кореляційної залежностей, вміти будувати рівняння регресій та оцінювати адекватність побудованої залежності.

#### Питання для обговорення:

1. Функціональна та кореляційна залежності.
2. Рівняння регресії за незгрупованими та згрупованими даними.
3. Коефіцієнт кореляції та його властивості.

## Заочна форма.

### Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей

#### Практичне заняття 1.

### Тема 1. Основні поняття теорії ймовірності

**Мета:** ознайомлення із видами подій, їх основними характеристиками; способами знаходження ймовірностей; основними формулами комбінаторики

#### Питання для обговорення:

1. Події та їх види.
2. Класичне означення ймовірності випадкової події. Властивості ймовірностей.
3. Елементи комбінаторики в теорії ймовірностей.
4. Відносна частота випадкової події. Статистична ймовірність.

### Тема 2. Теореми додавання і множення ймовірностей та їх наслідки.

**Мета:** засвоїти дії над подіями, зрозуміти у чому полягають події, що є сумою чи добутком інших подій; вивчити основні теореми та наслідки з них для знаходження ймовірностей суми та добутку подій.

#### Питання для обговорення:

1. Операції над подіями (алгебра подій). Діаграми В'єна. Геометрична ймовірність.
2. Теореми множення ймовірностей для залежних та незалежних подій.
3. Теореми додавання ймовірностей для сумісних і несумісних подій.
4. Основна властивість подій, що утворюють повну групу.
5. Формула повної ймовірності.

6. Формули Байєса.

### **Тема 3. Повторні незалежні випробування**

**Мета:** засвоєння основних ознак схеми Бернуллі, способів обчислення імовірностей та оцінка імовірності відхилень відносно частоти від теоретичної імовірності.

#### **Питання для обговорення:**

1. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі.
2. Локальна та інтегральна формули Лапласа.
3. Формула Пуассона.
4. Найімовірніша кількість появи події.
5. Імовірність відхилення відносно частоти від ймовірності.

### **Тема 4. Дискретні випадкові величини.**

**Мета:** ознайомлення з дискретними випадковими величинами, основними законами розподілу дискретних випадкових величин, їх числовими характеристиками.

#### **Питання для обговорення:**

1. Випадкові величини та їх види.
2. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.
3. Основні розподіли дискретних (цілочисельних) випадкових величин: біноміальний, пуассонівський, рівномірний, геометричний, гіпергеометричний.
4. Дії над дискретними випадковими величинами.
5. Математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початкові та центральні моменти.
6. Числові характеристики біноміального розподілу.

### **Тема 5. Неперервні випадкові величини.**

**Мета:** ознайомитись з основними способами задання та властивостями неперервних випадкових величин, їх числовими характеристиками.

#### **Питання для обговорення:**

1. Функція розподілу ймовірностей, густина розподілу, їх взаємозв'язок та властивості.
2. Математичне сподівання. Дисперсія, середньо-квадратичне відхилення. Початкові та центральні моменти.

### **Тема 6. Закони розподілу неперервних випадкових величин.**

**Мета:** ознайомитись з основними законами неперервних випадкових величин, їх основними властивостями та практичним застосуванням у дослідженнях.

#### **Питання для обговорення:**

1. Рівномірний, нормальний, показниковий та їх числові характеристики.
2. Імовірність попадання в інтервал та відхилення від свого математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини.

### **Тема 7. Системи випадкових величин**

**Мета:** ознайомитись з законом розподілу двовимірної випадкової величини, розрізніти залежні та незалежні випадкові величини, вміти знаходити числові характеристики..

#### **Питання для обговорення:**

1. Закон розподілу ймовірностей двовимірної дискретної випадкової величини.
2. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її властивості. Густина розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини та її властивості.
3. Умовні закони розподілу. Залежні і не залежні випадкові величини.
4. Умовне математичне сподівання.
5. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.

### **Тема 9. Закон великих чисел.**

**Мета:** ознайомитись з основними теоремами закону великих чисел, вміти застосовувати їх для оцінки імовірностей випадкових величин.

#### **Питання для обговорення:**

1. Лема та нерівність Чебишева.
2. Теорема Чебишева (стійкість середніх).
3. Теорема Бернуллі (стійкість відносних частот).
4. Центральна гранична теорема Ляпунова.

**Тема 10. Вибірковий метод.**

**Мета:** засвоїти способи пошуку інформації, її обробки, задання, аналізу, знаходження основних показників, що характеризують стан фінансових систем.

**Питання для обговорення:**

8. Задачі математичної статистики.
9. Генеральна та вибірка сукупності. Способи утворення вибіркової сукупності.
10. Статистичний розподіл вибірки.
11. Емпірична функція розподілу та її властивості.
12. Графічне зображення статистичних розподілів (полігон та гістограма).
13. Числові характеристики вибірки.
14. Числові характеристики сукупностей, що складається із груп.

**Тема 11. Статистичні оцінки параметрів розподілу.**

**Мета:** ознайомитись з точковими та інтервальними характеристиками вибірки, їх властивостями.

**Питання для обговорення:**

8. Точкові статистичні оцінки та їх властивості.
9. Оцінка середньої генеральної для простої вибірки (повторної і без повторної).
10. Оцінки генеральної частки для простої вибірки (повторної і неповторної).
11. Середні квадратичні помилки простої вибірки.
12. Виправлена дисперсія вибірка.
13. Довірчий інтервал для оцінки  $\bar{x}_r$  та  $p$  для немалих і малих вибірок.
14. Знаходження мінімального обсягу вибірки.

**Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез.**

**Мета:** вміти будувати та перевіряти основні гіпотези щодо виду розподілу, величини основних характеристик, вміти застосовувати результати перевірки щодо прийняття економічних рішень.

**Питання для обговорення:**

4. Статистичні гіпотези, помилки 1-го і 2-го родів.
5. Критичні точки і критична область.
6. Критерій згоди Пірсона (Хі-квадрат).

**Тема 13. Елементи кореляційного та регресійного аналізу.**

**Мета:** ознайомитись з поняттям статистичної, функціональної та кореляційної залежностей, вміти будувати рівняння регресій та оцінювати адекватність побудованої залежності.

**Питання для обговорення:**

1. Функціональна та кореляційна залежності.
2. Рівняння регресії за незгрупованими та згрупованими даними.
3. Коефіцієнт кореляції та його властивості.

**6. Комплексне практичне індивідуальне завдання**

Для набуття умінь самостійного мислення і самоконтролю у студентів особливе значення має виконання комплексного практичного індивідуального завдання (КПЗ) з дисципліни «ТМС», яке включає завдання з основних тем дисципліни, виконується самостійно кожним студентом згідно методичних рекомендацій (Комплексні практичні індивідуальні завдання з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів всіх спеціальностей / Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., Мартинюк О.М та ін. Тернопіль, 2019. 117 с. <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/40962>). Метою виконання КПЗ є виробити у студентів здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел, засвоєння знань з теорії ймовірностей та математичної статистики та їх застосування для розв'язування конкретних математичних та економічних задач.

Варіанти КПЗ з дисципліни ТМС виконуються кожним студентом згідно варіанту завдань із методичних вказівок «Комплексні практичні індивідуальні завдання з курсу «Теорія

ймовірностей та математична статистика», що охоплюють всі основні теми дисципліни:

1. Задачі на випадкові події (теми 1-4), при розв'язанні яких слід використати відповідно одне із означень імовірності, теореми додавання, добутку подій, перевірявши виконання обов'язкових умов.
2. Задачі на випадкові величини (теми 5-9), розв'язання яких вимагає чітке розуміння різниці між дискретними та неперервними величинами, способів їх задання, знаходження числових характеристик та вміння дати характеристику випадковій величині на основі її числових характеристик.
3. Задачі на роботу з вибіркою (теми 10-14), її задання, знаходження числових характеристик, надійності та довірчого інтервалу; побудову регресійних рівнянь.

### 7. Тренінг з дисципліни .

Тематика: Застосування методів ТІМС для розв'язування економічних задач.

Порядок проведення:

1. Здійснити групування заданих статистичних даних великого обсягу.
2. Провести статистичне оцінювання числових характеристик генеральної сукупності.
3. Оцінити закон розподілу числової ознаки генеральної сукупності і здійснити статистичну перевірку висунутої статистичної гіпотези.
4. На підставі отриманої оцінки закону розподілу сформулювати остаточні висновки стосовно: фінансових показників, стану фінансової системи, ризиків втрат тощо.

Для отримання потрібної інформації використати сайти: <https://www.me.gov.ua>, <https://www.bank.gov.ua/>, [https:// www.knoema.com/](https://www.knoema.com/).

### 8. Самостійна робота студентів.

Для успішного вивчення і засвоєння дисципліни «ТІМС» студенти повинні володіти значним обсягом інформації, частину якої вони отримують і опрацьовують шляхом самостійної роботи. Самостійна робота полягає в знаходженні необхідної чи додаткової інформації з різних джерел.

Назва теми	Питання для роботи	Кількість годин	
		Денна форма	Заочна форма
Тема 1.	1. Класичне означення ймовірності, її властивості. Використання ймовірності в кодуванні. Метод Шенона-Фано, Хаффмена.	3	6
	2. Класифікація подій. Випадкові події, їх класифікація.		
	3. Залежні і незалежні події. Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей.		
Тема 2.	4. Теорема додавання ймовірностей. Наслідки з неї.	4	10
	5. Повна група подій, протилежні події, їх властивості.		
	6. Формула повної ймовірності.		
	7. Формули Байєса. Що оцінює дана формула?		
Тема 3.	8. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі.	4	10
	9. Локальна формула Лапласа. Функція Гауса, її властивості.		
	10. Інтегральна формула Лапласа. Функція Лапласа, її властивості.		
	11. Формула Пуассона.		
	12. Найімовірніше число настання події в повторних незалежних випробуваннях.		
Тема 4.	13. Ймовірність відхилення відносної частоти від сталої ймовірності в повторних незалежних випробуваннях.	4	10
	14. Види випадкових величин, різниця і спільне між ними.		
	15. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Способи задання.		
	16. Математичне сподівання випадкової дискретної величини, його властивості.		
Тема 5.	17. Дисперсія випадкової величини, її властивості.	4	10
	18. Функція розподілу ймовірності випадкової величини, її властивості.		

	19. Густина розподілу ймовірності випадкової величини та її властивості.		
	20. Числові характеристики неперервних випадкових величин.		
Тема 6.	21. Нормальний закон розподілу, ймовірностний зміст його параметрів. Крива нормального розподілу.	6	10
	22. Ймовірність попадання нормально-розподіленої величини в заданий інтервал.		
	23. Ймовірність відхилення нормально-розподіленої величини від свого математичного сподівання.		
	24. Знаходження числових характеристик у загальному випадку для цілочисельних дискретних випадкових величин (рівномірний, пуассонівський, геометричний розподіли).		
Тема 7.	25. Закон розподілу імовірностей двовимірної дискретної випадкової величини.	8	12
	26. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її випадковості.		
	27. Густина розподілу імовірностей двовимірної випадкової величини та її властивості.		
	28. Умовні закони розподілу.		
	29. Залежні та незалежні випадкові величини.		
	30. Умовне математичне сподівання. Рівняння регресії.		
	31. Числові характеристики системи двох випадкових величин.		
	32. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції.		
Тема 8.	33. Система довільного скінченного числа випадкових величин.	8	12
	34. Кореляційна матриця.		
	35. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.		
	36. Функція одного випадкового аргументу та її математичне сподівання.		
	37. Логарифмічний нормальний закон та $\chi^2$ -розподіл.		
Тема 9.	38. Функції двох випадкових величин.	6	10
	39. Розподіл Ст'юдента, розподіл Фішера-Снедекора .		
	40. Нерівність Чебишева.		
Тема 10.	41. Теорема Чебишева.	6	10
	42. Закон великих чисел. Теорема Бернуллі.		
	43. Числові характеристики вибірки.		
Тема 11.	44. Теореми про оцінювання середньої генеральної та генеральної частки для повторної та без повторної вибірки.	6	10
	45. Теореми про оцінювання дисперсії генеральної для повторної та безповторної вибірки.		
Тема 12.	46. Точкові оцінки, їх основні властивості.	6	10
	47. Зміщенність дисперсії. Що це зумовлює? Інтервальні оцінки. Надійність.		
Тема 13.	48. Використання критерію узгодженості Колмогорова для перевірки гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.	8	10
	49. Оцінка достовірності емпіричних коефіцієнтів кореляції і регресії за даними вибірки.		
	50. Перевірка узгодженості емпіричного рівняння нелінійної парної кореляції згідно із даними вибірки.		
Тема 14.	51. Функціональна і кореляційна залежність між величинами. Умовна середня. Рівняння регресії.	8	10
	52. Побудова прямої лінії регресії за незгрупованими даними методом найменших квадратів.		
Тема 14.	53. Однофакторний дисперсійний аналіз.	8	8
	54. Поняття про двофакторний дисперсійний аналіз.		
	Разом	<b>83</b>	<b>138</b>



## 9. Методи навчання

У навчальному процесі застосовуються: лекції, практичні та індивідуальні заняття, консультації, самостійна робота, робота у групах, метод опитування, тестування, виконання КПЗ.

## 10. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання.

У процесі вивчення дисципліни «ТІМС» використовуються такі засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання:

- поточне опитування, тестування;
- оцінювання результатів модульної контрольної роботи;
- оцінювання комплексного практичного індивідуального завдання;
- оцінювання результатів самостійної роботи студентів;
- інші види індивідуальних і групових завдань;
- екзамен.

## 11. Політика оцінювання

Політика щодо дедлайнів і перескладання: для виконання індивідуальних завдань і проведення контрольних заходів встановлюються конкретні терміни. Перескладання модулів відбувається з дозволу дирекції факультету за наявності поважних причин (наприклад, лікарняний).

Політика щодо академічної доброчесності: використання друкованих і електронних джерел інформації під час контрольних заходів та екзаменів заборонено.

Політика щодо відвідування: відвідування занять є обов'язковим компонентом оцінювання. За об'єктивних причин (наприклад, карантин, воєнний стан, хвороба, закордонне стажування) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу з дозволу дирекції факультету.

## 12. Критерії, форми поточного та підсумкового контролю

Підсумковий бал (за 100-бальною шкалою) з дисципліни «ТІМС» визначається як середньозважена величина, залежно від питомої ваги кожної складової залікового кредиту:

<b>Заліковий модуль 1 теми 1-4</b>	<b>Заліковий модуль 2 (ректорська к/р) теми 5-14</b>	<b>Заліковий модуль 3 (підсумкова оцінка за КПЗ та тренінг)</b>	<b>Заліковий модуль 4 (письмовий екзамен)</b>	<b>Разом (%)</b>
20%	20%	20%	40%	100
Усне опитування під час занять (4 теми) – 10 балів за тему – макс. 40 балів; Модульна контрольна робота – макс. 60 балів: 3 тести по 3 бали за тест – макс. 9 балів; зад. 1 – макс. 13 бал.; зад. 2 – макс. 13 бал., зад.3 – макс. 13 бал., зад. 4 – макс. 12 балів	Усне опитування під час занять (10 тем) 4 бали за тему – макс. 40 балів; Модульна контрольна робота – макс. 60 балів: зад. 1 – макс. 15 балів; зад. 2 – макс. 15 балів; зад. 3 – макс. 15 балів, зад. 4 – макс. 15 балів	Підготовка КПЗ – макс. 40 балів; Захист КПЗ – макс. 40 балів; Участь у тренінгах – макс. 20 балів	Теоретичне питання – макс. 10 балів, задача 1 – макс. 30 балів задача 2 – макс. 30 балів задача 3 – макс. 30 балів	

## Шкала оцінювання:

За шкалою університету	За національною шкалою	За шкалою ECTS
90–100	відмінно	<b>A</b> (відмінно)
85–89	добре	<b>B</b> (дуже добре)
75–84		<b>C</b> (добре)
65–74	задовільно	<b>D</b> (задовільно)
60–64		<b>E</b> (достатньо)
35–59	незадовільно	<b>FX</b> (незадовільно з можливістю повторного складання)
1–34		<b>F</b> (незадовільно з обов'язковим повторним курсом)

### 13. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна

№	Найменування	Номер теми
1.	Мультимедійний проектор	1–14
2.	Проекційний екран	1–14
3.	Комунікаційне програмне забезпечення (Internet Explorer, Opera, Google Chrome, Firefox)	1–14
4.	Наявність доступу до мережі Інтернет	1–14
5.	Персональні комп'ютери	1–14
6.	Комунікаційне програмне забезпечення (Zoom) для проведення занять у режимі он-лайн (за необхідності)	1–14
7.	Комунікаційна навчальна платформа (Moodle) для організації дистанційного навчання (за необхідності)	1–14
8.	Система динамічної математики Geogebra	1–14
9.	Інструменти Open Office (Word; Excel; Power Point і т. і.)	1–14
10.	Google Forms, Google Sheets	1–14

### РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

- Алілуйко А.М. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посібник для студентів економічних спеціальностей / А.М.Алілуйко, Н.В.Дзюбановська, В.О.Єрмоєнко, О.М.Мартинюк, М.І. Шинкарик. Тернопіль: Підручники і посібники, 2018. 352с.
- Барковський, В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб. / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. 5-те вид. Київ. : ЦУЛ, 2016. 424 с.
- Дидактичні матеріали курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика» Мартинюк О. М., Єрмоєнко в. О., Шинкарик М. І., Березька К. М., Руська Р. В., Пласконь С. А. Тернопіль, ЗУНУ, 2022. 64 с.<http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/46090>.
- Кармелюк, Г. І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач: навч. посіб. Київ. : ЦУЛ, 2017. 576 с.
- Комплексні практичні індивідуальні завдання з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів всіх спеціальностей / Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., Мартинюк О.М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. Тернопіль, 2019. 117 с. URL: <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/40962>
- Лиходєєва, Г. В. Комп'ютерний практикум з математичної статистик:: навч. посіб. Київ : ЦУЛ, 2018. 98 с.
- Методичні вказівки для самостійної роботи студентів з курсу "Теорія ймовірностей і математична статистика". Мартинюк О. М., Єрмоєнко в. О., Шинкарик М. І., Березька К. М., Руська Р. В., Пласконь С. А. Тернопіль, ЗУНУ, 2022. 48 с. <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/46097>

8. Методичні вказівки до вивчення розділу «Математична статистика» дисципліни ТІМС для студентів всіх спеціальностей / Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., Мартинюк О.М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. Тернопіль, 2019. 117 с. URL: <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/40961>
9. Методичні вказівки до вивчення розділу «Теорія ймовірностей» дисципліни ТІМС для студентів всіх спеціальностей / Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., Мартинюк О.М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. Тернопіль, 2019. 84 с. URL: <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/40960>
10. О. Мартинюк, С. Попіна, С. Мартинюк. Імовірнісне моделювання результатів економічної діяльності як функції випадкових величин/ Вісник ТНЕУ 1 (95) 2020. С.102-112
11. Теорія ймовірностей і математична статистика: практикум для студентів / О. Б. Білоцерківський. Харків: НТУ «ХПІ», 2018. 170 с.. URL: <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/37094>
12. Теорія ймовірностей та математична статистика. Практикум: навч. посіб. / О. І. Черняк, Т. В. Кравець, О. І. Ляшенко [та ін.]. Тернопіль : ТНЕУ, 2019. 252 с
13. Теорія ймовірностей: розрахункова робота (Електронний ресурс ): навчальний посібник / уклад.: І. Ю. Каніовська, О. В. Стусь. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 87 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/30757>
14. B. S. Malyniak, O. M. Martyniuk, O. P. Kyrylenko The impact of corruption on the efficiency of public spending across countries with different levels of democracy / Financial and credit activity: problems of theory and practice. 2019, Vol. 1, No 28 URL: <https://fkd.net.ua/index.php/fkd/article/view/2074>
15. Eremenko V.O., Plaskon S.A., Martyniuk O.M. Theory Probability and Mathematical Statistics for depth study (text of the lectures and examples for solving of the problems). Ternopil: TNEU, 2014. 192 p.
16. Malyniak, B., Martyniuk, O., Kyrylenko, O. Corruption and efficiency of public spending in states with various public management types | Коррупция и эффективность общественных расходов стран с различными типами режимов публичного управления. Economic Annals-XXI this link is disabled, 2019, 178(7-8), pp. 17–27.
17. R. Vershynin, High dimensional probability. An introduction with applications in Data Science. Cambridge University Press 2020. p. 293. Download the book here.
18. Renata Jaworska, Edyta Laszkiewicz, Emilia Modranka, Jadwiga Suchecka. Stystyka przestrzenna. Metody analiz struktur przestrzennych. Redacja naukowa Jadwiga Suchecka. C/ H/ Beck Warszawa. 2014. 220 p.
19. Video Course New. R. Vershynin video course "[High Dimensional Probability and Applications in Data Science](#)" is free for all.