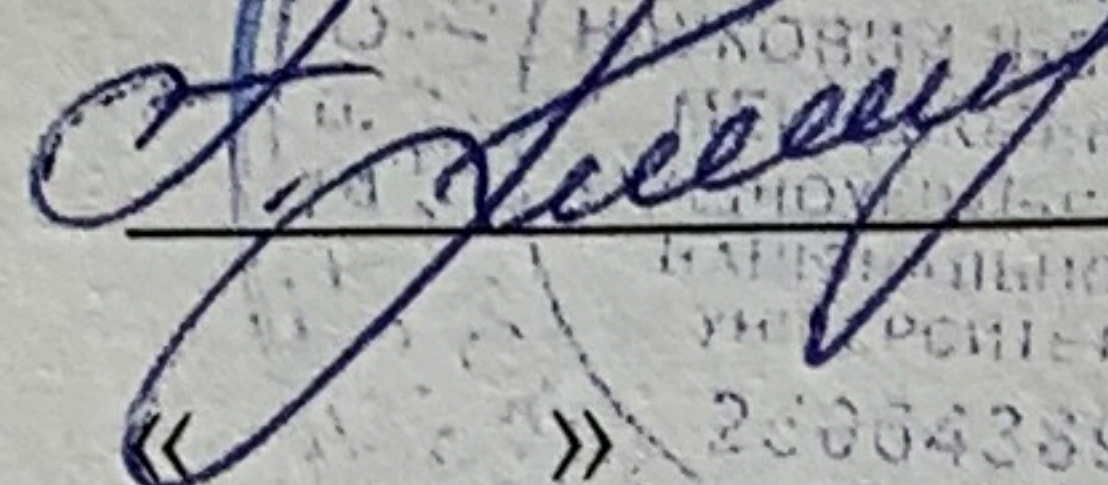


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ МЕНЕДЖМЕНТУ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор ІФННІМ ЗУНУ

  
Галина ЛЯХОВИЧ  
2023 р.

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. проректора з НІР ЗУНУ

  
Віктор ОСТРОВЕРХОВ  
2023 р.

## РОБОЧА ПРОГРАМА

з дисципліни

« Теорія ймовірностей і математична статистика »

Ступінь вищої освіти – бакалавр

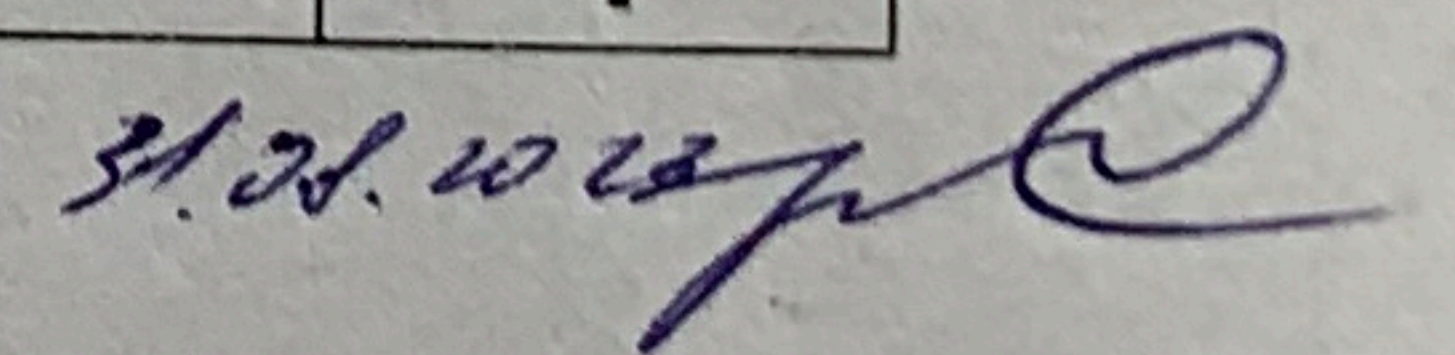
Галузь знань – 07 Управління та адміністрування

Спеціальність – 073 Менеджмент

Освітньо-професійна програма – «Менеджмент»

Кафедра міжнародної економіки, маркетингу і менеджменту

Форма навчання	Курс	Семестр	Лекції (год.)	Практ. (год.)	ІРС (год.)	Тренінг, КПЗ (год.)	Самост. робота студ. (год.)	Разом (год.)	Залік (сем.)	Екз. (сем.)
Денна	2	3	28	28	3	8	83	150	-	3
Заочна	2	3, 4	8	4	-	-	138	150	-	4

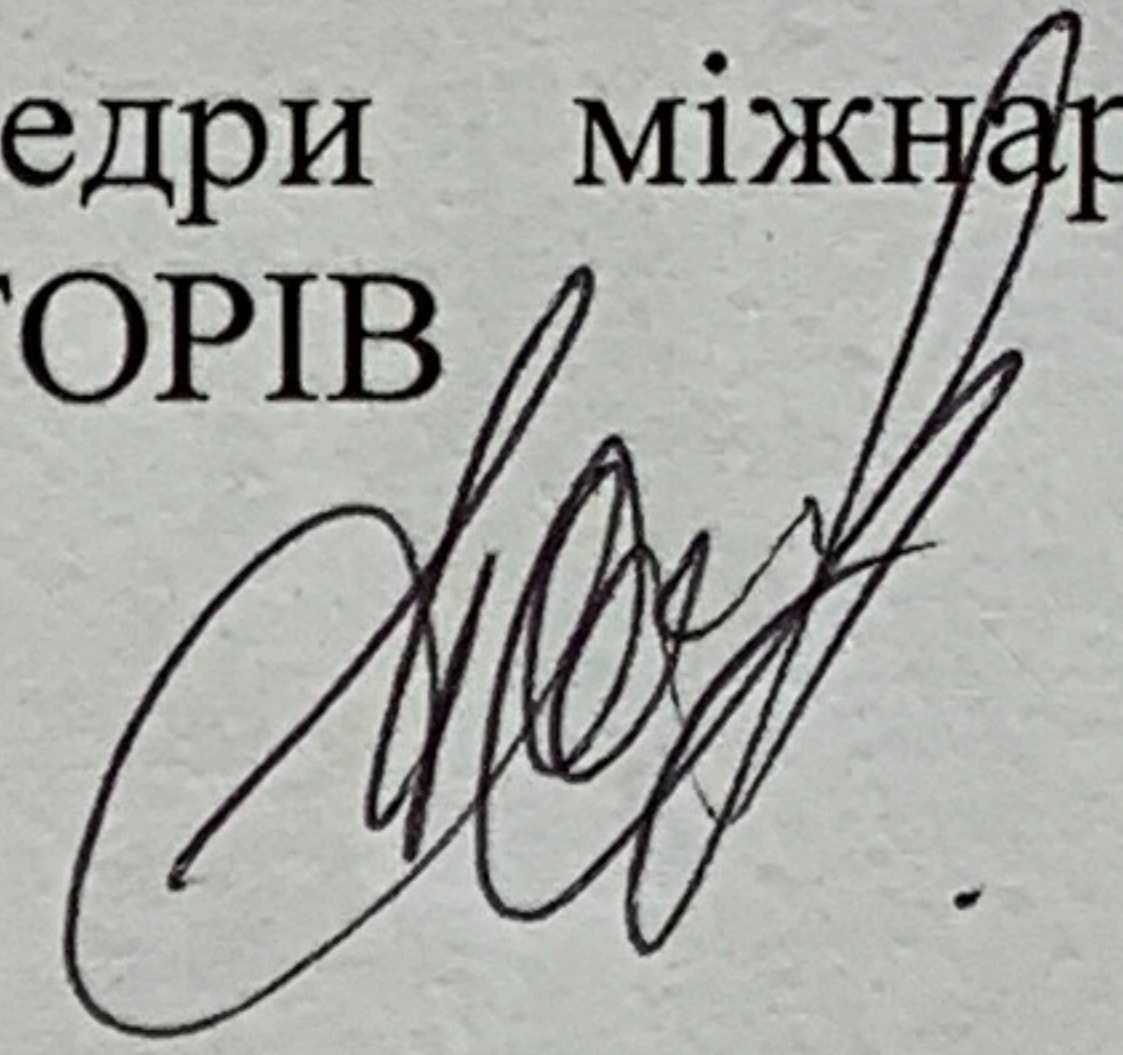


Івано-Франківськ – ІФННІМ, 2023



Робоча програма складена на основі освітньо-професійної програми підготовки бакалавра галузі знань 07 "Управління та адміністрування", спеціальності 073 «Менеджмент», затвердженої Вченою радою ЗУНУ (протокол № 9 від 15.06.2022р.).

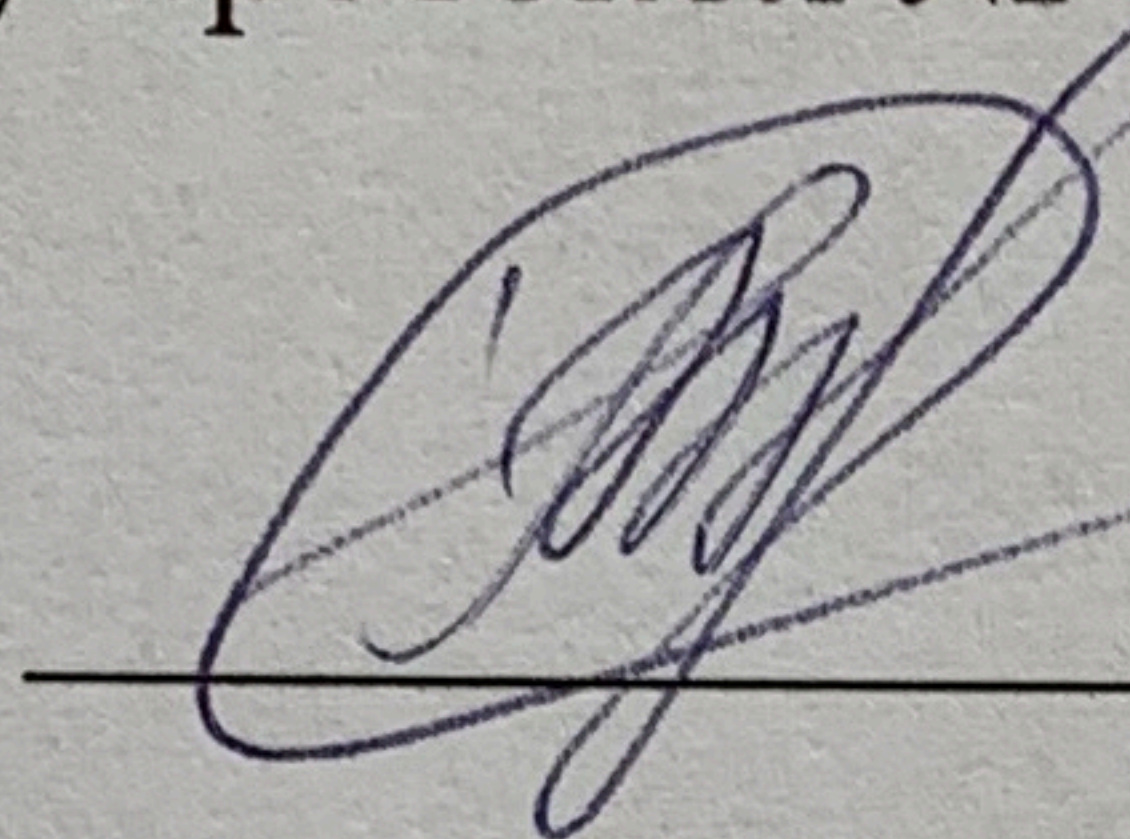
Робочу програму склала старший викладач кафедри міжнародної економіки, маркетингу і менеджменту ІФННІМ Світлана ГРИГОРІВ



Робоча програма затверджена на засіданні кафедри міжнародної економіки, маркетингу і менеджменту протокол № 1 від 28.08.2023р.

Завідувач кафедри

д-р. екон. наук, професор



Ірина БІЛЕЦЬКА

Розглянуто та схвалено групою забезпечення спеціальності «Менеджмент», протокол № \_\_ від \_\_\_\_\_ 2023р.

Керівник групи забезпечення спеціальності

д-р. екон. наук, професор

\_\_\_\_\_

Михайло ШКІЛЬНЯК



# СТРУКТУРА РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «Теорія ймовірностей і математична статистика (ТІМС)»

## 1. Опис дисципліни «ТІМС»

Дисципліна ТІМС	Галузь знань, спеціальність, ступінь вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів: 5	<b>Галузь знань:</b> 07 Управління та адміністрування	Дисципліна циклу професійної підготовки (обов'язкова) <b>Мова навчання:</b> українська
Кількість залікових модулів – 4	<b>Спеціальність:</b> 073 Менеджмент	<b>Рік підготовки:</b> <i>Денна – 2</i> <i>Заочна – 2</i> <b>Семестр:</b> <i>Денна – 3</i> <i>Заочна – 3, 4</i>
Кількість змістових модулів – 2	Ступінь вищої освіти – бакалавр	<b>Лекції:</b> <i>Денна – 28 год.</i> <i>Заочна – 8 год.</i> <b>Практичні заняття:</b> <i>Денна – 28 год.</i> <i>Заочна – 4 год.</i>
Загальна кількість годин: 150		<b>Самостійна робота:</b> <i>Денна: 83 год.</i> <i>Заочна – 138 год.</i>  <b>Тренінг, КПЗ:</b> <i>Денна – 8 год.</i>  <b>Індивідуальна робота:</b> <i>Денна – 3 год.</i>
Тижневих годин: 10 год. з них аудиторних – 4 год.		<b>Вид підсумкового контролю</b> – <i>екзамен</i>

## 2. Мета і завдання дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика»

### 2.1. Мета вивчення дисципліни.

Програма та тематичний план дисципліни орієнтовані на формування у студентів базових знань з основ застосування імовірно-статистичного аналізу для розв'язування теоретичних і практичних економічних задач. Ця дисципліна відноситься до фундаментальних загальноекономічних дисциплін, які формують фаховий світогляд майбутніх економістів. Вона також дає інформацію, необхідну при вивченні дисциплін «Статистика», «Економетрія», «Економічний аналіз»,

«Біржова справа», «Інвестиційний менеджмент», «Економічний ризик», «Страховання» тощо.

## **2.2. Завдання вивчення дисципліни.**

У результаті вивчення дисципліни «ТІМС» студенти повинні знати основні визначення, теореми, правила, доведення теорем, а також усвідомлювати зв'язки між темами та розділами дисципліни.

Після вивчення дисципліни «ТІМС» студенти повинні вміти:

- виконувати якісний та кількісний математичний аналіз випадкових подій, випадкових величин та систем таких величин;
- проводити математичну обробку систематичних даних;
- здійснювати статистичні оцінки (точкові та інтервальні) параметрів генеральної сукупності;
- використовувати елементи кореляційного, регресійного та дисперсійного аналізу;
- використовувати результати досліджень при вивченні математичних моделей економічних задач.

## **2.3. Найменування та опис компетентностей, формування котрих забезпечує вивчення дисциплін:**

- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- Здатність до проведення досліджень на відповідному рівні.

## **2.4. Передумови для вивчення дисципліни.**

Для успішного вивчення цієї дисципліни студенти повинні опонувати такі дисципліни: вища математика, сучасні інформаційні технології, економічна теорія та інші.

## **2.5. Результати навчання.**

- Демонструвати навички виявлення проблем та обґрунтування управлінських рішень.
- Володіти загальнонауковими та спеціальними методами дослідження соціально-економічних явищ і господарських процесів на підприємстві.

# **3. Програма навчальної дисципліни: «ТІМС»**

## ***Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей.***

### **Тема 1. Основні поняття теорії ймовірності**

1. Події та їх види.
2. Операції над подіями (алгебра подій). Діаграми В'єна.
3. Елементи комбінаторики.
4. Класичне означення ймовірності випадкової події. Властивості ймовірностей
5. Геометрична ймовірність.
6. Відносна частота випадкової події.

7. Статистична ймовірність.

**Література:** [1, 2, 5, 6,7, 9, 11, 12, 15].

## **Тема 2. Теореми множення і додавання ймовірностей та їх наслідки**

1. Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей.
2. Теореми додавання ймовірностей.
3. Основна властивість подій, які утворюють повну групу.
4. Алгоритми розв'язування задач з використанням теорем додавання та множення ймовірностей.
5. Ймовірність появи хоча б однієї події.
6. Ймовірність появи тільки однієї події.
7. Формула повної ймовірності.
8. Формула Байєса.
9. Алгоритми розв'язування задач з використанням формул повної ймовірності та Байєса.

**Література:** [1, 2, 4, 7, 9, 10, 12, 14].

## **Тема 3. Повторні незалежні випробування**

1. Формула Бернуллі.
2. Найімовірніше число появи події.
3. Локальна формула Лапласа.
4. Формула Пуасона.
5. Інтегральна формула Лапласа.
6. Ймовірність відхилення відносної частоти події від її постійної ймовірності.
7. Алгоритм розв'язування задач для повторних незалежних випробувань.

**Література:** [1, 3, 5, 8, 9, 10, 11, 12].

## **Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики**

1. Випадкові величини та їх види.
2. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.
3. Основні розподіли дискретних (цілочисельних) випадкових величин: рівномірний, біноміальний, Пуасонівський, геометричний, гіпергеометричний.
4. Найпростіший потік подій.
5. Дії над випадковими величинами.
6. Числові характеристики дискретних випадкових величин та їх властивості (математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початковий та центральний момент).
7. Числові характеристики біноміального розподілу.

**Література:** [1, 2, 5, 7, 8, 10, 12].

## **Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики**

1. Функція розподілу ймовірностей і її властивості.
2. Густина розподілу ймовірностей та її властивості.

3. Числові характеристики неперервних випадкових величин.  
**Література:** [1, 3, 4, 6, 8, 11, 13, 14].

### **Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин**

1. Нормальний закон: імовірнісний зміст параметрів розподілу.
2. Нормальна крива та вплив параметрів розподілу на її форму.
3. Ймовірність попадання у заданий інтервал.
4. Знаходження ймовірності заданого відхилення.
5. Правило трьох сигм.
6. Закон рівномірного розподілу. Показників закон.
7. Гамма-розподіл та розподіл Ерланга. Розподіл хі-квадрат.

**Література:** [1,4, 5, 6, 8,10, 13, 14].

### **Тема 7. Системи випадкових величин**

1. Закон розподілу ймовірностей двовимірної дискретної випадкової величини.
2. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її властивості.
3. Густина розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини та її властивості.
4. Умовні закони розподілу. Залежні і не залежні випадкові величини.
5. Умовне математичне сподівання. Рівняння регресії.
6. Числові характеристики системи двох випадкових величин.
7. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції.
8. Система довільного скінченного числа випадкових величин.
9. Кореляційна матриця. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.

**Література:** [2, 4, 7, 9, 11, 12].

### **Тема 8. Функція випадкових величин**

1. Функція одного випадкового аргументу та її математичне сподівання.
2. Логарифмічний нормальний закон та хі-розподіл.
3. Функції двох випадкових величин.
4. Розподіл С'юдента, розподіл Фішера-Снедекора.

**Література:** [1, 2, 4, 8, 9, 11, 12, 13].

### **Тема 9. Закон великих чисел**

1. Лема та нерівність Чебишева.
2. Теорема Чебишева (стійкість середніх).
3. Теорема Чебишева (стійкість середніх).
4. Теорема Бернуллі (кількість відносних частот).
5. Центральна гранична теорема Ляпунова.

**Література:** [1, 3, 4, 7, 10, 11, 14].

## **Змістовий модуль 2. Математична статистика**

### **Тема 10. Вступ в математичну статистику. Вибірковий метод**

1. Задачі математичної статистики.
2. Генеральна та вибіркова сукупності. Способи утворення вибіркової сукупності.
3. Статистичний розподіл вибірки.
4. Емпірична функція розподілу та її властивості.
5. Графічне зображення статистичних розподілів (полігон та гістограма).
6. Числові характеристики вибірки. Числові характеристики сукупностей, що складається із груп.

**Література:** [1, 2, 5, 6,7, 9, 11, 12].

### **Тема 11. Статистичне оцінювання**

1. Точкові статистичні оцінки параметрів розподілу та їхні властивості.
2. Оцінка середньої генеральної для простої вибірки (повторної та неповторної). Оцінка генеральної частки для простої вибірки.
3. Середні квадратичні помилки простої вибірки.
4. Виправлена дисперсія вибіркова.
5. Інтервальні статистичні оцінки. Довірчі інтервали для оцінок  $x$  та  $p$  для немалих і малих вибірок. Знаходження мінімального обсягу вибірки. Довірчі інтервали у випадку малої вибірки.

**Література:** [2, 5, 8, 10, 12, 13].

### **Тема 12. Перевірки статистичних гіпотез**

1. Статистичні гіпотези та їхні види.
2. Статистичний критерій перевірки основної гіпотези. Потужність критерію. Параметричні статистичні гіпотези.
3. Перевірка гіпотез про рівність дисперсій нормальних генеральних сукупностей.
4. Критерій узгодженості Пірсона та Колмогорова (на прикладі перевірки гіпотези про нормальний закон розподілу). Критерій однорідності двох вибірок (критерій Смирнова).

**Література:** [1, 2, 3, 5, 7, 9, 10, 11].

### **Тема 13. Кореляційний і регресійний аналіз**

1. Поняття стохастичності та стохастичної залежності, кореляції та регресії. Основні задачі кореляційного та регресійного аналізу.
2. Лінійні емпіричні рівняння парної кореляції.
3. Вибірковий коефіцієнт лінійної кореляції та його властивості.
4. Оцінка достовірності емпіричних коефіцієнтів кореляції та регресії за даними вибірки.
5. Нелінійна парна кореляція.
6. Вибіркове кореляційне відношення та його властивості.
7. Регресійний аналіз: парна та множинна лінійна регресія.

**Література:** [2, 3, 9, 11, 12].

### **Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу**

1. Однофакторний дисперсійний аналіз. Поняття про двофакторний дисперсійний аналіз.

**Література:** [1, 2, 4, 9, 10, 11].

#### 4. Структура залікового кредиту з дисципліни "ТІМС" (денна форма навчання)

	Кількість годин						
	Лекції	Практичні заняття	Інд. робота	Тренінг, КПЗ	СРС	Контрольні заходи	
<b>Змістовий модуль 1. Теорія ймовірності</b>							
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.	2	2	0,2	2	6	Усне опитування, тести, завдання	
Тема 2. Теореми множення та додавання ймовірностей і їх наслідки.	2	2	0,2		6		
Тема 3. Повторні незалежні випробування.	2	2	0,2		6		
Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики	2	2	0,2	2	6	Усне опитування, тести, завдання	
Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики	2	2	0,3		6		
Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин	2	2	0,2		5		
Тема 7. Системи випадкових величин	2	2	0,2		5		Усне опитування, тести, завдання
Тема 8. Функція випадкових величин	2	2	0,2		6		
Тема 9. Закон великих чисел	2	2	0,2		6		
<b>Змістовий модуль 2. Математична статистика</b>							
Тема 10. Вибірковий метод	2	2	0,2	2	6	Усне опитування, тести, завдання	
Тема 11. Статистичне оцінювання	2	2	0,2		6		
Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез	2	2	0,3		7		
Тема 13. Елементи кореляційного і регресійного аналізу	2	2	0,2	2	6	Усне опитування, тести, завдання	
Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу	2	2	0,2		6		
Разом	28	28	3	8	83		

#### (заочна форма навчання)

	Кількість годин		
	Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
<b>Змістовий модуль 1. Теорія ймовірності</b>			



Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.			10		
Тема 2. Теореми множення та додавання ймовірностей і їх наслідки.			10		
Тема 3. Повторні незалежні випробування.			10		
Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики	4	2	10		
Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики			10		
Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин			10		
Тема 7. Системи випадкових величин			10		
Тема 8. Функція випадкових величин			10		
Тема 9. Закон великих чисел			10		
Заліковий модуль					
Змістовий модуль 1. Математична статистика					
Тема 10. Вибірковий метод			4	2	8
Тема 11. Статистичне оцінювання	10				
Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез	10				
Тема 13. Елементи кореляційного і регресійного аналізу	10				
Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу	10				
Разом	8	4	138		

## 5. Тематика практичних занять

### Практичне заняття 1

**Тема: Елементи комбінаторики. Поняття ймовірності.**

**Мета:** Сформувати навички обчислення числа комбінацій, перестановок, розміщень та здійснити операції над подіями. Виробляти вміння обчислити ймовірність за різними означеннями.

**Питання до обговорення:**

1. Події та їх види.
2. Елементи комбінаторики.
3. Операції над подіями (алгебра подій). Діаграми В'єна.
4. Класичне означення ймовірності випадкової події. Властивості ймовірностей.
5. Відносна частота випадкової події. Статистична ймовірність.
6. Геометрична ймовірність.

**Література:** [2, 5, 6,7, 9, 11, 12, 15].



## Практичне заняття 2

**Тема:** Теорема множення та додавання ймовірностей.

**Мета:** Засвоїти особливості виконання дій над подіями задач з використанням теорем додавання та множення ймовірностей.

**Питання до обговорення:**

1. Дії над подіями.
2. Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей для залежних та незалежних подій.
3. Ймовірність суми двох несумісних та сумісних подій.
4. Основна властивість подій, що утворюють повну групу.
5. Ймовірність відбуття хоча б однієї з подій.
6. Алгоритм розв'язування задач з використанням теорем додавання та множення ймовірностей.
7. Ймовірність появи тільки однієї події у випробуванні.
8. Формула повної ймовірності.
9. Формули Байєса.
10. Алгоритм розв'язування задач з використанням формул повної ймовірності та Байєса.

**Література:** [1, 4, 8, 10, 12].

## Практичне заняття 3

**Тема:** Повторні незалежні випробування

**Мета:** Виробляти вміння обчислити ймовірність за різними схемами.

**Питання до обговорення:**

1. Схема Бернуллі.
2. Локальна та інтегральна формули Лапласа.
3. Формула Пуассона.
4. Найімовірніша кількість появи події.
5. Ймовірність відхилення відносної частоти від ймовірності.

**Література:** [1, 2, 3, 4, 8, 10, 12].

## Практичне заняття 4

**Тема:** Дискретні випадкові величини.

**Мета:** Засвоїти особливості виконання дій над подіями з урахуванням законів розподілу ймовірностей.

**Питання до обговорення:**

1. Випадкові величини та їх види.
2. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.
3. Основні розподіли дискретних (цілочисельних) випадкових величин: біноміальний, пуассонівський, рівномірний, геометричний, гіпергеометричний.
4. Дії над дискретними випадковими величинами.
5. Математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початковий та центральний момент.
6. Числові характеристики біноміального розподілу.

**Література:** [1, 4, 8, 10, 12].



## Практичне заняття 5

**Тема: Неперервні випадкові величини.**

**Мета:** Сформувати навички обчислення функцій розподілу, густини розподілу математичне сподівання, дисперсію, середньоквадратичне відхилення, моду та медіану.

**Питання до обговорення:**

1. Функція розподілу, густина розподілу, їх взаємозв'язок та властивості.
2. Математичне сподівання. Дисперсія, середньоквадратичне відхилення.
3. Мода та медіана випадкової величини.
4. Початкові та центральні моменти.
5. Асиметрія та ексцес.

**Література:** [1, 2, 3, 8, 10, 11, 13].

## Практичне заняття 6.

**Тема: Модульна робота № 1**

**Мета:** Перевірити рівень засвоєння знань.

## Практичне заняття 7.

**Тема: Закони розподілу неперервних випадкових величин**

**Мета:** Сформувати навички обчислення функцій розподілу, густини розподілу математичне сподівання, дисперсію, середньоквадратичне відхилення, моду та медіану дл ярізних законів розподілу.

**Питання до обговорення:**

1. Рівномірний, нормальний, показниковий та їх числові характеристики.
2. Імовірність попадання в інтервал та відхилення від свого математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини.

**Література:** [1, 4, 8, 10, 12].

## Практичне заняття 8

**Тема: Закон великих чисел**

**Мета:** Виробляти вміння обчислити ймовірність числові характеристики для великих чисел.

**Питання до обговорення:**

1. Лема та нерівність Чебишева.
2. Теорема Чебишева (стійкість середніх).
3. Теорема Бернуллі (стійкість відносних частот).
4. Центральна гранична теорема Ляпунова.

**Література:** [1, 2, 5, 6, 7, 10, 11, 14].

## Практичне заняття 9

**Тема: Вибірковий метод.**

**Мета:** Виробляти вміння обчислити числові характеристики дл статистичної вибірки.

**Питання до обговорення:**

1. Задачі математичної статистики.
2. Генеральна та вибіркова сукупності. Способи утворення вибіркової сукупності.



- 3 Статистичний розподіл вибірки.
4. Емпірична функція розподілу та її властивості.
5. Графічне зображення статистичних розподілів (полігон та гистограма).
6. Числові характеристики вибірки.
7. Числові характеристики сукупностей, що складається із груп.

**Література:** [ 2, 3, 5, 6, 12, 14].

### **Практичне заняття 10**

**Тема:** Статистичні та інтервальні оцінки параметрів розподілу.

**Мета:** Виробляти вміння обчислити статистичні та інтервальні оцінки параметрів розподілу.

**Питання до обговорення:**

1. Незміщені, зміщені, змістовні оцінки.
2. Вибіркові: середня, дисперсія, середньо-квадратичне відхилення.
3. Різні види дисперсій.
4. Точність оцінки, довірча ймовірність (надійність).
5. Довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання нормального розподілу генеральної сукупності.
6. Оцінювання генеральних долі і середньої.

**Література:** [1, 2, 5, 6, 7, 10, 11, 14].

### **Практичне заняття 11**

**Тема:** Статистичні та інтервальні оцінки параметрів розподілу.

**Мета:** Систематизувати знання та засвоїти вміння визначити статистичні гіпотези.

**Питання до обговорення:**

1. Статистичні гіпотези, помилки 1-го і 2-го родів.
2. Статистичний критерій перевірки основної гіпотези.
3. Потужність критерію
4. Критичні точки і критична область.
5. Параметричні та статистичні гіпотези.
6. Перевірка гіпотез про рівність дисперсій нормальних генеральних сукупностей.
7. Критерій згоди Пірсона (хі-квадрат).

**Література:** [1, 2, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 14].

### **Практичне заняття 12**

**Тема:** Елементи кореляційного аналізу.

**Мета:** Сформувати навички застосування стохастичної та статистичної залежності, кореляції і регресії до основних задач кореляційного і регресійного аналізу.

**Питання до обговорення:**

1. Поняття стохастичної та статистичної залежності, кореляції і регресії.
2. Основні задачі кореляційного і регресійного аналізу.
3. Рівняння регресії за незгрупованими та згрупованими даними.
4. Коефіцієнт кореляції та його властивості.



**Література:** [2, 3, 4, 7, 8, 11, 14].

### Практичне заняття 13

**Тема:** Елементи дисперсійного аналізу.

**Мета:** Виробляти вміння здійснити однофакторний дисперсійний аналіз.

**Питання до обговорення:**

1. Однофакторний дисперсійний аналіз.
2. Поняття про двофакторний дисперсійний аналіз.

**Література:** [1, 2, 3,4, 5, 7, 10, 11].

### Практичне заняття 14.

**Тема:** Модульна робота № 2 (ректорська)

**Мета:** Перевірити рівень засвоєння знань.

### Практичне заняття 15.

**Тема:** Модульна робота №3 (КПЗ)

**Мета:** Перевірити рівень засвоєння знань.

## 6. Комплексне практичне індивідуальне завдання

Комплексне практичне індивідуальне завдання реалізується у формі практичних задач, вирішення яких потребують успішного засвоєння змісту дисципліни та отримання навиків застосування набутих знань шляхом проведення певних розрахунків, обґрунтування розв'язків тощо.

КПЗ покликанні сформувати у студента практичні навички з питань математичного обґрунтування задач економічного змісту.

Кожен студент отримає індивідуально практичні завдання, включаючи таблиці з вихідними даними.

На захисті КПЗ студент повинен володіти теоретичним матеріалом, який формує основу вмінь розв'язання практичних завдань.

**Варіанти КПЗ:**

**Завдання № 1.**

Інвестиційна компанія має  $k$  пакетів акцій, серед яких є  $z$  пакетів цукрових заводів. Визначити ймовірність, що серед навмання вибраних  $m$  пакетів акцій є рівно  $l$  пакетів цукрових заводів.

№ у списку	Значення параметрів			
	$k$	$m$	$l$	$z$
1*	15	8	5	6

\* Кожен студент отримує індивідуально значення параметрів.

**Завдання № 2.**

Обчислити ймовірність, що в групі з  $n$  осіб спільний день народження мають  $k$  студентів. Від  $k_1$  до  $k_2$ .

№ у списку	Значення параметрів			
	$k$	$n$	$k_1$	$k_2$
1	3	100	1	2

**Завдання № 3.**



Внаслідок маркетингових досліджень встановлено, що ймовірність реалізації одиниці продукції складає  $p$ . Знайти ймовірність, що з  $n$  вироблених одиниць продукції буде реалізовано:

- а) рівно  $k$ ;
- б) не більше  $m\%$  з  $n$ ;
- в) від  $k_1$  до  $k_2$ ;
- г) обчислити найімовірніше число реалізованих одиниць.

№ у списку	Значення параметрів					
	$p$	$n$	$k$	$m\%$	$k_1$	$k_2$
1	0.01	500	5	80	0	10

#### Завдання № 4.

Фруктовий дилер купує у селян кошики з малиною й продає їх у місті. За кошик малини він сплачує селянину  $q$  гривень, а продає за  $s$  гривень. У різні дні дилер продає різну кількість кошиків з малиною. Протягом  $n$  днів "малинового сезону" він продавав різну кількість кошиків малини, що зумовлено попитом на неї (табл. 1).

Таблиця 1

Попит (у кошиках)	$i_1$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$
Частість (в днях)	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	$n_6$	$n_7$

Непродана вчасно малина псується і втрати  $(s-q)$  покриваються за рахунок дилера. Визначити який щоденний запас малини повинен мати дилер, щоб отримати максимальний прибуток. Обчислити середньоквадратичне відхилення оптимального варіанту запасів дилера.

№	Значення параметрів															
	$S$	$q$	$i_1$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	$n_6$	$n_7$
1	10	17	1	2	3	4	5	6	7	3	2	3	5	4	3	2

#### Завдання № 5.

Ймовірність виконання договору для кожного з  $n$  заводів дорівнює  $p$ . Скласти закон розподілу числа заводів, які виконують договір. Результати проілюструвати графічно.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p$	3	4	2	5	6	4	3	2	3	6
$n$	0.9	0.8	0.7	0.8	0.9	0.5	0.8	0.6	0.7	0.8

№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$p$	5	4	2	5	3	4	4	2	3	4
$n$	0.6	0.9	0.6	0.5	0.4	0.8	0.7	0.6	0.9	0.9

№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$p$	3	5	6	6	4	4	3	5	5	5
$n$	0.8	0.7	0.8	0.7	0.6	0.8	0.6	0.8	0.8	0.6

#### Завдання № 6.

Статистичні дані доходу на душу населення показали, що річний дохід громадян міста має нормальний розподіл з середнім значенням  $a$  тис. грн. і середньоквадратичним відхиленням  $\sigma$  тис. грн. Якщо вибрано певну особу навмання, то яка ймовірність що її річний дохід  $\epsilon$ :

- а) більшим, ніж  $a_1$  тис. грн.
- б) між  $a_1$  та  $a_2$  тис. грн.

Розв'язки проілюструвати графічно.



№ у списку	Значення параметрів				
	$a$	$\sigma$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
1	6	1	3	3	4

#### Завдання № 7.

Задана генеральна сукупність, яка характеризує річний прибуток фермерів (в тис. грн.). Зробити вибірку з 20-ти елементів та виконати такі вправи:

- 1) побудувати статистичний розподіл вибірки та його емпіричну функцію розподілу;
- 2) обчислити числові характеристики вибірки та зробити по них висновок про генеральну сукупність;
- 3) побудувати полігони частот і відносних частот та гістограму, розбивши інтервал на 4 рівних інтервали;
- 4) знайти моду, медіану та розмах і коефіцієнт варіації.

Вибірку здійснювати шляхом вибору 20 елементів підряд, починаючи з  $k$ -го, де  $k$  – номер у списку.

7, 10, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 13, 15, 14, 15, 15, 16, 12, 14, 16, 14, 16, 15,  
5, 7, 8, 5, 7, 9, 10, 9, 8, 4, 7, 8, 10, 9, 4, 8, 11, 9, 11, 8, 10, 11, 12, 9, 12,  
7, 6, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 6, 5, 11, 9, 7, 6, 7, 10, 9, 8, 11, 6, 5, 10, 8, 7, 6, 9, 8,

#### Завдання № 8.

Вивчається відсоткове відношення номінальної і ринкової цін на акції на фондовому ринку (X) за певний період. Зроблена випадковим способом вибірка акцій 50-ти різних підприємств задається наведеними в таблицях даними.

$98,11 + a_1$	$100,2 + a_2$	$98,1 - a_3$	$96,2 + a_4$	$99,8 + a_5$
$101,2 + a_1$	$99,2 + a_2$	$104,1 - a_3$	$102,6 + a_4$	$103,8 + a_5$
$101,2 + a_1$	$99,4 + a_2$	$106,1 - a_3$	$100,6 + a_4$	$98,8 + a_5$
$96,2 + a_1$	$98,2 + a_2$	$101,1 - a_3$	$100,6 + a_4$	$99,8 + a_5$
$100,8 + a_1$	$98,2 + a_2$	$100,1 - a_3$	$101,6 + a_4$	$96,1 + a_5$
$101,2 + a_1$	$97,2 + a_2$	$102,1 - a_3$	$96,3 + a_4$	$96,8 + a_5$
$98,8 + a_1$	$94,2 + a_2$	$102,01 - a_3$	$96,3 + a_4$	$98,8 + a_5$
$99,2 + a_1$	$100,6 + a_2$	$100,1 - a_3$	$98,6 + a_4$	$100,8 + a_5$
$100,5 + a_1$	$98,2 + a_2$	$103,5 - a_3$	$100,1 + a_4$	$98,8 + a_5$
$100,4 + a_1$	$96,2 + a_2$	$102,1 - a_3$	$101,6 + a_4$	$100,8 + a_5$

№ у списку	Значення параметрів				
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
1	0,11	0,2	0,2	0	0,27

#### Завдання № 9.

За статистичними даними про валовий випуск продукції за 10 років Y (починаючи з  $k$ -го,  $k$  – номер у списку), та про основні виробничі фонди X, які наведені в табл. (в тис. грн.) необхідно:

- 1) побудувати кореляційну функцію залежності результатів виробничої діяльності Y від основних виробничих фондів X;
- 2) оцінити правильність вибору (лінійної) форми зв'язку.

Рік (обирати 10 років починаючи з $k$ -го)	Значення параметрів (2+3 варіант)	
	Y	X
1	435	312



### Завдання № 10.

За статистичними даними за 10 років поданими в табл. (в тис. грн.) визначити:

- 1) валовий випуск продукції  $Y$ ;
  - 2) основні виробничі фонди  $X_1$ ;
  - 3) оборотні засоби  $X_2$ ;
- а також:
- а) побудувати виробничу функцію  $Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2$ ;
  - б) оцінити правильність вибору форми виробничої функції;
  - в) обчислити показники ефективності;
  - г) проаналізувати отримані результати за основними характеристиками отриманої виробничої функції.

Рік (обирати 10 років починаючи з k-го)	Значення параметрів (2+3 варіант)		
	$Y$	$X_1$	$X_2$
1	425	435	312

## 7. Тематика самостійної роботи студентів

1. Класичне означення ймовірності, її властивості.
2. Класифікація подій. Випадкові події, їх класифікація.
3. Залежні і незалежні події. Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей.
4. Теорема додавання ймовірностей. Наслідки з неї.
5. Повна група подій, протилежні події, їх властивості.
6. Формула повної ймовірності.
7. Формули Байєса.
8. Повторні незалежні випробовування, Формула Бернуллі.
9. Локальна формула Лапласа. Функція Гауса, її властивості.
10. Інтегральна формула Лапласа. Функція Лапласа, її властивості.
11. Формула Пуассона.
12. Найімовірніше число настання події в повторних незалежних випробовуваннях.
13. Ймовірність відхилення відносної частоти від сталої ймовірності в повторних незалежних випробовуваннях.
14. Види випадкових величин. Числові характеристики дискретної величини.
15. Математичне сподівання випадкової дискретної величини, його властивості.
16. Дисперсія випадкової величини, її властивості.
17. Функція розподілу ймовірності випадкової величини, її властивості.
18. Числові характеристики неперервних випадкових величин.
19. Інтегральна функція розподілу ймовірності випадкової величини та її властивості.
20. Нормальний закон розподілу, імовірнісний зміст його параметрів. Крива нормального розподілу.
21. Ймовірність попадання нормально-розподіленої величини в заданий інтервал.
22. Ймовірність відхилення нормально-розподіленої величини від свого математичного сподівання.



23. Знаходження числових характеристик у загальному випадку для цілочисельних дискретних випадкових величин (рівномірний, пуассонівський, геометричний розподіли).
24. Закон розподілу ймовірностей двовимірної дискретної випадкової величини.
25. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її випадковості.
26. Густина розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини та її властивості.
27. Умовні закони розподілу.
28. Залежні та незалежні випадкові величини.
29. Умовне математичне сподівання. Рівняння регресії.
30. Числові характеристики системи двох випадкових величин.
31. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції.
32. Система довільного скінченного числа випадкових величин.
33. Кореляційна матриця.
34. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.
35. Функція одного випадкового аргументу та її математичне сподівання.
36. Логарифмічний нормальний закон та  $K$ -розподіл.
37. Функції двох випадкових величин.
38. Розподіл Ст'юдента, розподіл Фішера-Снедекора .
39. Нерівність Чебишева.
40. Теорема Чебишева.
41. Закон великих чисел. Теорема Бернуллі.
42. Числові характеристики вибірки.
43. Функціональна і кореляційна залежність між величинами. Умовна середня. Рівняння регресії.
44. Побудова прямої лінії регресії за незгрупованими даними методом найменших квадратів.
45. Доведення теорем про оцінювання середньої генеральної та генеральної частки для повторної та без повторної вибірки.
46. Теорема про оцінювання дисперсії генеральної та без повторної вибірки.
47. Використання критерію узгодженості Колмогорова для перевірки гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.
48. Оцінка достовірності емпіричних коефіцієнтів кореляції і регресії за даними вибірки.
49. Перевірка узгодженості емпіричного рівняння нелінійної парної кореляції згідно із даними вибірки.
50. Однофакторний дисперсійний аналіз.
51. Поняття про двофакторний дисперсійний аналіз.

## **8. Тренінг з дисципліни**

Тренінг – це форма навчального заняття, за якої студент під керівництвом викладача особисто проводить імітаційні експерименти чи досліди, із метою практичного підтвердження окремих теоретичних положень навчальної дисципліни. У ході лабораторних робіт студент набуває професійних



компетентностей і практичних навичок у роботі з комп'ютерним обладнанням відповідними програмними продуктами.

Під час тренінгу студенти працюють у програмному середовищі MS Excel. Завдяки великій кількості вбудованих функцій, пакет прикладних програм MS Excel надає користувачеві можливість виконувати розв'язання задач практично з усіх тем теорії ймовірностей та математичної статистики. У складі пакета також є потужні засоби для побудови графіків функцій. Програмне середовище MS Excel, призначене для роботи з електронними таблицями, надає широкі можливості щодо здійснення економіко-статистичних розрахунків, графічної ілюстрації результатів досліджень. Пакет прикладних програм MS Excel є найпоширенішим серед пакетів прикладних програм.

За результатами виконання завдань на тренінгах студент оформлює індивідуальний звіт і захищає його перед викладачем.

### Тематика тренінгу

<p><i>Тема 1.</i> Емпіричні та логічні основи теорії ймовірностей.</p> <p><i>Тема 2.</i> Основні теореми теорії ймовірностей, їхня економічна інтерпретація</p>	<p>Знайомство із MS Excel. Застосування вбудованих функцій MS Excel до обчислення ймовірності випадкових подій за теоремами множення та додавання ймовірностей. Застосування формули повної ймовірності (апостеріорна ймовірність) та формули Байєса (апостеріорна ймовірність)</p>
<p><i>Тема 3.</i> Схема незалежних випробувань.</p> <p><i>Тема 4.</i> Випадкові величини та їхня економічна інтерпретація</p>	<p>Визначення основних і додаткових числових характеристик дискретної випадкової величини за означеннями й за допомогою вбудованих функцій MS Excel. Побудова закону розподілу суми, різниці та добутку випадкових величин, обчислення їхніх основних числових характеристик</p>
<p><i>Тема 5.</i> Закони розподілу та числові характеристики дискретної випадкової величини</p>	<p>Побудова біноміального закону розподілу для певних значень <math>p</math> та <math>n</math> на базі моделі повторних випробувань за схемою Бернуллі, визначення основних числових характеристик розподілу. Локальна й інтегральна асимптотичні теореми Муавра – Лапласа. Теорема Пуассона</p>
<p><i>Тема 7.</i> Багатовимірні випадкові величини</p>	<p>Побудова теоретичного закону розподілу багатовимірної випадкової величини (на прикладі двовимірної випадкової величини), визначення її основних числових характеристик за означенням та за допомогою вбудованих функцій MS Excel</p>

### 9. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

У процесі вивчення дисципліни „ТІМС" використовуються наступні методи оцінювання навчальної роботи студентів:

- поточне тестування та опитування;
- залікове модульне тестування та опитування;
- оцінювання виконання КПЗ;
- ректорська контрольна робота;
- підсумковий екзамен;



- інше.

### 10. Критерії, форми поточного та підсумкового контролю

Підсумковий бал (за 100 бальною шкалою) з дисципліни „ТІМС”

визначається як середньозважена величина, в залежності від питомої ваги кожної складової залікового кредиту:

Заліковий модуль 1	Заліковий модуль 2	Заліковий модуль 3	Заліковий модуль 4 (екзамен)
20%	20%	20%	40%
1. Опитування (тестування) під час заняття (теми 1-6 по 5 балів) = 30 балів. 2. Письмова робота = 70 балів	1. Опитування (тестування) під час заняття (тема 7-14 по 5 бали) = максимум 40 балів. 2. Письмова (контрольна) робота = 60 балів.	1. Активність участі у тренінгу = 20 балів. 2. Підготовка КПЗ, на основі сформованих індивідуальних завдань = 50 балів. Захист КПЗ = 30 балів.	1. Відповідь на два теоретичних запитання, кожне з яких = 20 балів, а у підсумку = 40 балів. 2. Два практичних завдання по 30 балів кожне, у підсумку = 60 балів

#### Шкала оцінювання:

За шкалою університету	За національною шкалою	За шкалою ECTS
90-100	відмінно	A (відмінно)
85-89	добре	B (дуже добре)
75-84		C (добре)
65-74	задовільно	D (задовільно)
60-64		E (достатньо)
35-59	незадовільно	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)
1- 34		F(незадовільно з обов'язковим повторним курсом)

### 11. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна

№ п/п	Найменування	Кількість примірників
1	Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., „Теорія ймовірностей” – Тернопіль, Економічна думка”, 2000. - 176с.	300



2	Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І, «Математична Статистика» – Тернопіль, Економічна думка", 2002. – 247с.	300
3	Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., Бабій Р.М., Процик А.І. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики. – Тернопіль: Економічна думка, 2005. – 317с.	300

## **РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ**

### **Основна література**

4. Єрмоєнко В. О., Шинкарик М. І. Теорія ймовірностей. Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей, – Тернопіль: Економічна думка, 2000. – 176 с.
5. Малярець Л. М. Математика для економістів. Ч. 3 : Теорія ймовірностей та математична статистика : навчальний посібник / Л.М. Малярець, І. Л. Лебедева, Л. Д. Широкоград. – Харків : Вид. ХНЕУ. – 2011. – 568 с.
6. Єрмоєнко В. О., Шинкарик М. І. Математична статистика. Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей. – Тернопіль: Економічна думка, 2002. – 248 с.
7. Бугір М. К. Практикум з теорії ймовірності та математичної статистики. Навчальний посібник. – Тернопіль: ЦМДС, 1998. – 164 с.
8. Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., Бабій Р.М., Процик А.І. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики. – Тернопіль: Економічна думка, 2005. – 317с.
9. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. методичний посібник у 2-х ч. – ч. I Теорія ймовірностей . – К.: КНЕУ, 2000. – 304с.
10. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.методичний посібник у 2-х ч. – ч. 11 Математична статистика. – К.: КНЕУ, 2003. – 316с.

### **Додаткова література**

11. Малярець Л. М. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики в Ехсел : навчально-практичний посібник / Л.М. Малярець, І.Л. Лебедева, Е.Ю. Железнякова. – Харків : Вид. ХНЕУ.– 2007. – 160 с.
12. Малярець Л. М. Теорія ймовірностей та математична статистика : навчальний посібник / Л.М. Малярець, І.Л. Лебедева, Е.Ю. Железнякова, З.Г. Попова.– Харків : Вид. ХНЕУ. – 2010. – 404 с.
13. Кармелюк Г. І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач: Навч. посібник / Г. І. Кармелюк. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 576 с.
14. Барковський В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика. / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. – К. : Центр учбової літератури, 2010. – 424 с.
15. Павлова Л., Дітчук Р. Елементи комбінаторики і стохастики. – Тернопіль, Підручники і посібники, 2005. – 160 с.